FYZIKÁLNÍ MOTIVACE PRO VÝUKU MATEMATIKY

FAJMON Břetislav, CZ

Resumé
Článek uvádí příklady propojení výuky matematiky a fyziky na systémové rovině: doplnění fyziky o odpovídající matematický aparát, a na druhé straně doprovázení matematických pojmů jejich využitím ve fyzice. Ve druhé části se článek věnuje možnosti vytvoření osnovy, podle které by bylo možné učit matematiku a fyziku jako jeden předmět, pravděpodobně na úrovni gymnázia.

Klíčová slova: výuka matematiky, výuka fyziky, fyzikální motivace, provázanost výuky.

TEACHING MATHEMATICS MOTIVATED BY PHYSICS

Abstract
The article gives examples of interconnectedness between mathematics and physics: completing physic with the appropriate mathematical apparatus, or on the other hand, putting in physical applications with mathematical notions. The second part deals with the possibility of creating a syllabus of mathematics and physics taught as one subject, especially at grammar schools.

Key words: teaching mathematics, teaching physics, motivation in physics, subject interconnectedness.

Úvod

Matematika a fyzika jsou pro řadu studentů náročné předměty. Zatímco veřejná diskuse v České Republice se dotýká spíše otázky povinné maturity z matematiky (přičemž maturitu z fyziky by se asi málokdo odhodlal navrhnout jako povinnou, protože fyzika obsahuje ještě více faktických údajů než matematika), tento článek si klade za cíl přispět do diskuse v otázce, jaký by mohl být ideální obsah prezentovaný v obou předmětech a jakou roli při motivaci učit či studovat tyto předměty hraje jejich vzájemná provázanost.

1 Propojenost výuky matematiky a fyziky

Krokem vpřed ve fyzikálním vzdělávání studentů matematiky v České Republice byl překlad učebnice Halliday, D., Resnick, R., Walker, J. (2000) do češtiny. Tato učebnice byla představena jako FYZIKA SYMPATICKY, tedy obecná učebnice fyziky pro nefyzikální obory vysokých škol ve srozumitelné formě. Jiří Grygar v rozhovoru (Události, 9/2001) při představení učebnice říká: „Myslím si, že by byla velmi prospěšná i pro nadané středoškolské studenty. Nejsem příliš spokojený s úrovní středoškolského vzdělávání ve fyzice u nás, což má složité příčiny, ale dovedu si představit takového zapadlého studenta někde v malém okresním městě, který je sám a nemá dobré vedení. Kdyby si probral příklady v knize, jsem přesvědčen, že by měl naprosto báječnou přípravu."

Učebnice Halliday, D., Resnick, R., Walker, J. (2000) nemá dostatek času na vysvětlení matematického aparátu, přesto je lepším modelem vzájemné propojenosti předmětů matematika a fyzika než jinak velmi kvalitní české učebnice fyziky (série osmi učebnic, z nichž první je Bednařík, M., Široká, M., 2000) a matematiky (série jedenácti učebnic, z nichž klíčové pro výuku návaznosti matematiky a fyziky jsou Hrubý, D., Kubát, J. (1997); Odvárko, O. (1993); Odvárko, O. (1994))

v nakladatelství PROMETHEUS. Podívejme se na některé příklady propojenosti obou předmětů, které jsou s doplněním některých matematických partií inspirovány učebnicí Halliday, D., Resnick, R., Walker, J. (2000).

Příklad 1. Klasické odvození vzorců pro popis veličin rovnoměrného přímočarého pohybu hmotného bodu. Ze vztahu pro průměrné zrychlení $a = \frac{v(t)-v_0}{t-0}$ lze odvodit vzorec pro rychlost

$$v(t) = v_0 + a \cdot t \tag{1}$$

a ze vztahu pro průměrnou rychlost $\bar{v} = \frac{x(t)-x_0}{t-0}$ lze odvodit vzorec pro polohu hmotného bodu

$$x(t) = x_0 + \bar{v} \cdot t. \tag{2}$$

Z rovnosti (1) je vidět, že grafem funkce $v(t)$ je přímka, protože hodnoty a a v_0 jsou konstanty. V takovém případě je průměrná rychlost $\bar{v}$ na časovém intervalu $(0; t)$ rovna aritmetickému průměru počáteční rychlosti v_0 a koncové rychlosti $v(t)$:

$$\bar{v} = \frac{v_0+v(t)}{2}. \tag{3}$$

Pokud do rovnosti (3) dosadíme za $v(t)$ vztah (1), dostaneme

$$\bar{v} = \frac{v_0}{2} + \frac{1}{2}(v_0 + a \cdot t) = v_0 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t. \tag{4}$$

A konečně do (2) dosadíme za $\bar{v}$ vztah (4) a máme $x(t) = x_0 + \left(v_0 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t\right) \cdot t$, což lze psát ve tvaru

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2. \tag{5}$$

V pěti krocích jsme získali klíčové vztahy (1) a (5) pro rychlost a polohu rovnoměrně zrychleného nebo rovnoměrně zpomaleného přímočarého pohybu hmotného bodu v závislosti na tom, zda je konstanta zrychlení a kladná nebo záporná.

Příklad 2. Odvození vzorců z příkladu 1 založené na diferenciálním a integrálním počtu. Pokud bychom u studentů předpokládali základní znalosti pojmů derivace a určitého integrálu, můžeme vycházet ze vztahů pro okamžité hodnoty veličin $a(t)$ a $v(t)$. Nejprve ze vztahu $a(t) = \frac{d\,v(t)}{d\,t}$ pro okamžitou hodnotu zrychlení získáme integrací $\int_0^t a(u)\,d\,u = \int_0^t \frac{d\,v(u)}{d\,u}\,d\,u$. Za předpokladu, že zrychlení je konstantní, můžeme konstantu a vytknout před integrál: $a \cdot \int_0^t d\,u = \int_0^t \frac{d\,v(u)}{d\,u}\,d\,u$. Na pravé straně se derivace a integrál navzájem vyruší, a tedy použitím Newton-Leibnizovy formule pro určitý integrál dostaneme $a \cdot (t-0) = v(t) - v_0$, odkud plyne vztah (1) pro $v(t)$. Tato část odvození je náročnější než první krok příkladu 1, ovšem obsahuje návod k nalezení vzorce pro $v(t)$ i v případě, že zrychlení se mění s časem.

Dále pokračujeme vztahem $v(t) = \frac{d\,x(t)}{d\,t}$ mezi okamžitou rychlostí $v(t)$ a polohou $x(t)$, kde po dosazení rovnosti (1) za $v(t)$ získáme $v_0 + a \cdot t = \frac{d\,x(t)}{d\,t}$, integrací na intervalu $(0; t)$ dostaneme $\int_0^t (v_0 + a \cdot u)\, d\,u \ = \int_0^t \frac{d\,x(u)}{d\,u} \cdot d\,u$, a protože na pravé straně rovnosti se určitý integrál a derivace vyruší, zbývá podle Newton-Leibnizovy formule dosadit do $x(u)$ jen meze integrace, tj. nakonec máme $v_0 \cdot (t - 0) + a \cdot \left(\frac{t^2}{2} - \frac{0}{2}\right) = x(t) - x_0$, odkud už plyne vztah (5) pro $x(t)$.

Právě předvedený postup má jen dva kroky – je elegantnější díky vztahům mezi okamžitými hodnotami daných veličin. Přestože tento postup by vyžadoval seznámit studenty na gymnáziu už v prvním ročníku se základy diferenciálního počtu, měli by bezprostřední zkušenost s jeho využitím při popisu přímočarého pohybu.

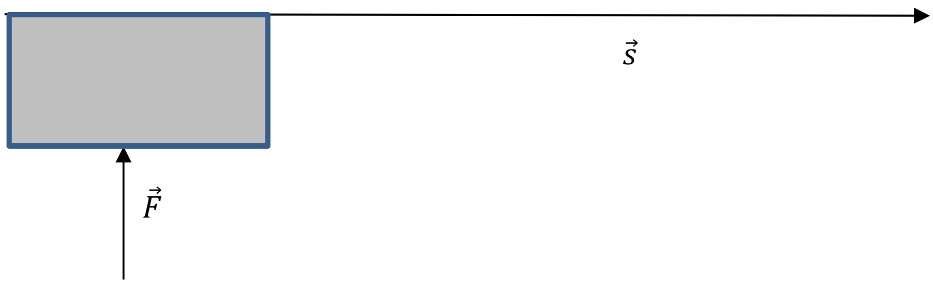
Příklad 3. Fyzikální význam skalárního součinu vektorů. Skalární součin se většinou na střední škole používá jen ke zjištění odchylky vektorů a nalezení vzájemné odchylky dvou přímek, přímky a roviny, apod. Na vysoké škole v předmětech lineární algebry bývá skalární součin precizně definován axiomaticky, pomocí něj je pak definována norma neboli velikost vektoru, dokázána Schwarzova nerovnost a pomocí ní i vztah pro odchylku φ nenulových vektorů $\vec{u}, \vec{v}$ z intervalu $\langle 0;\ \pi \rangle$:

$$\cos\varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\|}. \tag{6}$$

Ze vzorce (6) plyne tedy vztah pro skalární součin nenulových vektorů, pokud máme k dispozici jejich odchylku φ:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \cdot \cos\varphi. \tag{7}$$

Podívejme se nyní na fyzikální uplatnění pojmu skalární součin: Posunujeme skříň podél stěny ve směru a délce určené vektorem $\vec{s}$, a přitom působíme stálou silou $\vec{F}$.



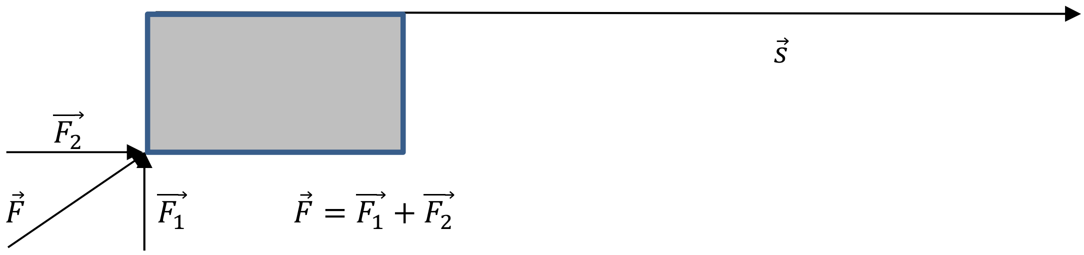
Obrázek 1 – Síla působící kolmo na směr posunutí

Popis obrázku: Při síle kolmé na směr posunutí je výsledná práce W nulová (autor obrázku: Břetislav Fajmon).

Pokud síla $\vec{F}$ působí kolmo vůči zdi, tj. kolmo na směr posunutí $\vec{s}$, výsledná vykonaná práce W je nulová, a to odpovídá i vzorci pro její výpočet (pro $\varphi = \frac{\pi}{2}$ je $W = 0$):

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s} = \|\vec{F}\| \cdot \|\vec{s}\| \cdot \cos\, \varphi. \tag{8}$$

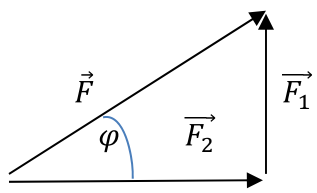
Při působení síly $\vec{F}$ v šikmém směru na roh skříně v souladu s obrázkem 2 lze sílu $\vec{F}$ chápat jako výslednici (neboli součet) sil $\overrightarrow{F_1}$ hloupého pomocníka, který působí kolmo proti zdi a nevykoná žádnou práci, a $\overrightarrow{F_2}$ inteligentního pomocníka, který působí v tom nejvhodnějším směru, a sice rovnoběžně se směrem posunutí. Předpokládejme, že síla $\vec{F}$ je konstantní po celou dobu posunutí skříně ve směru vektoru $\vec{s}$.



Obrázek 2 – Síla působící šikmo na směr posunutí

Popis obrázku: Pro výslednou práci W hraje roli pouze síla $\overrightarrow{F_2}$ ve směru rovnoběžném s vektorem $\vec{s}$ (autor obrázku: Břetislav Fajmon)

Pro určení práce nebudeme uvažovat tření způsobené tím, jak hloupý pomocník přitláčí skříň ke zdi silou $\overrightarrow{F_1}$. Protože platí $\vec{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}$, práci potřebnou na posunutí skříně vypočteme užitím vztahu (8) jako $W = \vec{F} \cdot \vec{s} = \left(\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2}\right) \cdot \vec{s} = \overrightarrow{F_1} \cdot \vec{s} + \overrightarrow{F_2} \cdot \vec{s} = 0 + \overrightarrow{F_2} \cdot \vec{s}$, na velikost práce při zanedbání tření má tedy vliv pouze kolmý průmět $\overrightarrow{F_2}$ vektoru $\vec{F}$ do směru vektoru $\vec{s}$.



Obrázek 3 – Rozklad síly $\vec{F}$ na součet sil $\overrightarrow{F_1}$ a $\overrightarrow{F_2}$

Popis obrázku: Úhel φ mezi směrem síly $\vec{F}$ a síly $\overrightarrow{F_2}$ (autor obrázku: Břetislav Fajmon)

Protože trojúhelník na obrázku 3 je pravoúhlý (většinou potřebujeme, aby síly $\overrightarrow{F_1}$ a $\overrightarrow{F_2}$ byly navzájem kolmé), platí

$$\text{a)}\ \ \|\overrightarrow{F_1}\| = \|\vec{F}\| \cdot \sin\varphi, \qquad \text{b)}\ \ \|\overrightarrow{F_2}\| = \|\vec{F}\| \cdot \cos\varphi. \tag{9}$$

Ze vztahu (9b) vidíme, že vztah (8) lze upravit na tvar

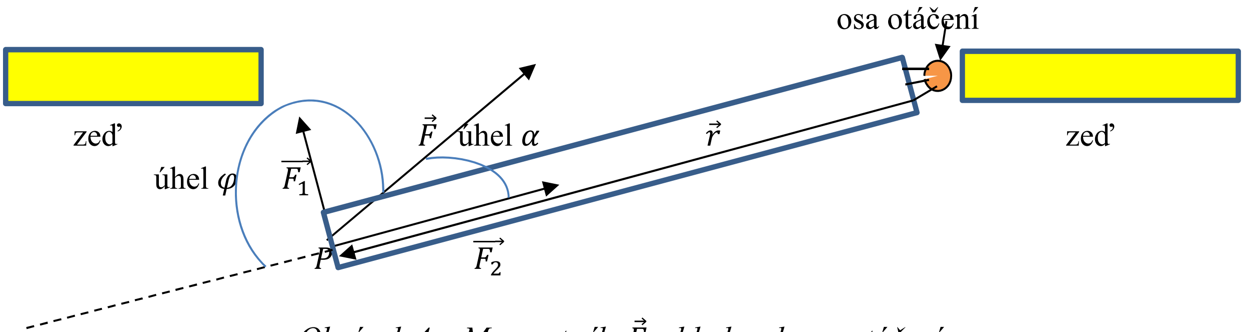
$$W = \|\vec{F}\| \cdot \|\vec{s}\| \cdot \cos\varphi = \|\overrightarrow{F_2}\| \cdot \|\vec{s}\|. \qquad (10)$$

Skalární součin síly $\vec{F}$ při posunutí tělesa ve směru vektoru $\vec{s}$ lze interpretovat jako součin velikosti vektoru $\vec{s}$ a velikosti průmětu síly $\vec{F}$ do směru vektoru $\vec{s}$. Tedy skalární součin dvou nenulových vektorů ve vektorovém prostoru n-tic reálných čísel je roven součinu délek vektoru, který ponecháme, a vektoru, který promítneme do směru rovnoběžného s prvním vektorem.

Příklad 4. Fyzikální význam vektorového součinu vektorů. Představme si těleso, které se otáčí kolem pevné osy otáčení, například dveře, jejichž osa otáčení prochází jejich panty. Při působení síly $\vec{F}$ na hranu dveří vzdálenou od osy otáčení má smysl počítat její moment $\overrightarrow{M}$ vzhledem k ose otáčení podle vztahu ($\vec{r}$ je průvodič od paty kolmice v ose otáčení do bodu P, jenž je působištěm síly $\vec{F}$):

$$\overrightarrow{M} = \vec{r} \times \vec{F}. \qquad (11)$$

Celou situaci lze znázornit na obrázku 4 (pohled na dveře shora, síla $\vec{F}$ i průvodič $\vec{r}$ leží v rovině kolmé na osu otáčení):



Obrázek 4 – Moment síly $\vec{F}$ vzhledem k ose otáčení

Popis obrázku: Síla $\vec{F}$ působí otáčení dveří, a to zejména její složka $\overrightarrow{F_1}$ kolmá na průvodič $\vec{r}$ (autor obrázku: Břetislav Fajmon)

Sílu $\vec{F}$ lze chápat jako výslednici sil působení dvou pomocníků – chytrý pomocník působí tentokrát silou $\overrightarrow{F_1}$ a ta je nejsmysluplnější, protože působí kolmo na průvodič $\vec{r}$ bodu P. Hloupý pomocník zase vyjde naprázdno, protože působení silou $\overrightarrow{F_2}$ přímo proti směru průvodiče vycházejícího z osy otáčení nebude mít žádný podíl na pootočení dveří. Situace je odlišná od skalárního součinu v tom, že výsledkem vektorového součinu (10) je vektor. Podle pravidla pravé ruky (při posunu počátku vektoru $\vec{r}$ do bodu P) bychom určili, že při otáčení vektoru $\vec{r}$ do směru vektoru $\vec{F}$ o úhel φ směřuje náš palec dolů, tj. vektor $\overrightarrow{M}$ je rovnoběžný s osou otáčení a směřuje shora dolů (z našeho pohledu).

Zajímavé je v tomto okamžiku spíše určení velikosti vektoru $\overrightarrow{M}$ podle vzorce

$$\|\overrightarrow{M}\| = \|\vec{r}\| \cdot \|\vec{F}\| \cdot \sin\varphi. \qquad (12)$$

Protože $\varphi + \alpha = \pi$, platí $\sin\varphi = \sin\alpha$ a můžeme vztah (11) s využitím (9a) upravit na

$$\|\vec{M}\| = \|\vec{r}\| \cdot \|\vec{F}\| \cdot \sin\varphi = \|\vec{r}\| \cdot \|\vec{F_1}\|. \tag{13}$$

Tedy velikost vektorového součinu udává vlastně plochu obdélníka, v němž jedna strana má délku průvodiče $\vec{r}$ a druhá strana má délku průmětu síly $\vec{F}$ do směru kolmého k vektoru $\vec{r}$. Bylo by možné u vektorového součinu mluvit i o dalších detailech, zejména o tom, že vektorový součin není komutativní, protože při přehození směru otáčení jednoho vektoru do směru druhého vektoru se změní (podle pravidla pravé ruky) směr vektoru $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ na směr opačný: $-\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r}$.

Důležitým faktem, který student získává příklady 3 a 4, je kontrast mezi **promítáním vektoru $\vec{F}$ do směru rovnoběžného** s vektorem $\vec{s}$ při skalárním součinu (vztah (10)) a **promítáním vektoru $\vec{\mathbf{F}}$ do směru kolmého** na vektor $\vec{r}$ při stanovení velikosti vektorového součinu (vztah (13)). Těmito souvislostmi získává student i fyzikální rozměr pohledu na dané dva matematické pojmy.

2 Výuka na vysoké škole

Na Pedagogické a Přírodovědecké fakultě MU Brno budou od září 2018 budoucím učitelům matematiky na střední a základní škole nabídnuty předměty Fyzikální motivace pro výuku matematiky 1 a 2, které se budou snažit o prezentaci fyzikálních souvislostí zejména těm budoucím učitelům matematiky, kteří nemají fyziku jako svůj druhý aprobační předmět. Cílem bude upozornit na zajímavou učebnici Halliday, D., Resnick, R., Walker, J. (2000), ta bude ovšem doplněna partiemi matematiky na potřebných místech.

Velmi zajímavou učebnicí je Musilová, J., Musilová, P. (2009), která naopak vyučuje matematiku pro fyzikální obory, tj. zabývá se veškerou matematikou, kterou budou potřebovat vysokoškolští studenti fyziky na Přírodovědecké fakultě MU Brno, ale také studenti technických, lékařských, ekonomických a dalších oborů. Na str. vii úvodu její autorky říkají: „kniha může posloužit i nadaným středoškolákům a vůbec všem, kdo chtějí poznat matematiku zase z jiné strany a přesvědčit se, že může být docela zábavná". Společně s druhým (2012, dva svazky) a třetím (2018, tři svazky) dílem učebnice má toto šestisvazkové dílo zhruba 2 000 stran, což dokumentuje rozsah matematických disciplín, které „poskytují servis" a vyjadřovací jazyk fyzice a dalším oborům lidské vědy a činnosti.

Jakkoli jsou obě výše zmíněné učebnice kvalitní, dávají jen polovinu odpovědí, tj. soustředí se na výuku svého předmětu (matematiky, nebo fyziky) s pohledem či vhledem do druhého předmětu, ale neprezentují výklad obou předmětů v kooperaci jednoho s druhým, který by vedl ke zvládnutí obou z nich. Autor tohoto příspěvku se obrací na čtenáře s otázkou, zda někdo víte o kursu v České Republice, kde se na vysoké škole vyučuje matematika a fyzika společně v rámci jednoho předmětu, tj. nejedná se o fyziku pro matematiky nebo matematiku pro fyziky, ale fyziku i matematiku vyučovanou společně.

3 Výuka na gymnáziu

Možná na otázku vznesenou v oddílu 2 autor neobdrží kladnou odpověď – vždyť celé fakulty a vysoké školy se specializují jen na výuku části matematiky nebo části fyziky (např. elektrotechnické fakulty se zaměřují na výuku předmětů spojených s elektrotechnikou, stavební fakulty na výuku těch částí fyziky, které jsou potřeba ve stavitelství, apod.). A protože na syntézu předmětů matematika a fyzika je na vysoké škole často pozdě, možná nezbývá v uvažovaném pokusu o systémově vyučovaný vztah mezi matematikou a fyzikou, než hledat prostor na střední škole, obzvlášť na gymnáziu.

Podívejme se na několik argumentů pro a proti vytvoření vzdělávacího programu, který by vyučoval matematiku a fyziku v rámci jednoho předmětu (autor tímto prosí čtenáře o dodání dalších argumentů do diskuse).

Tabulka 1 – Společná výuka matematiky a fyziky jako jednoho předmětu

získává	**ztrácí**
Přehled o tom, kde jsou různé matematické funkce využity ve fyzice (např. parabola jako graf polohy tělesa při přímočarém pohybu)	Matematika snad ztrácí jistou systematičnost, Fyzika snad ztrácí jistou hravost (nebo lze obojí zachovat?)
Studenti vidí motivace a využití různých matematických metod, které se aktuálně učí, ve fyzice naopak lépe rozumějí odvození některých vzorců (oboustranný motivační prvek)	Studenti mohou ztratit některé principy zdůrazňované pouze v jednom z obou předmětů (otázka do diskuse: které?)
Byla by probrána většina klíčových témat matematiky a fyziky ve vzájemném propojení a návaznosti	Některá témata matematiky a fyziky by nebyla probrána a musela by být doplněna např. nepovinným předmětem, který připravuje na přijímací zkoušky na vysoké školy

Kupodivu některé argumenty proti spojení obou předmětů v jeden lze zvážit docela rychle. Například ten, že výuka některých fyzikálních témat by byla hodně zdlouhavá, kdyby mezi ně byly vkládány matematické partie. Odpovědí zde je, že výuka všech témat by byla zdlouhavá, jako i celé studium, ale nepřesáhla by čtyři roky (mějme nyní na mysli výuku na čtyřletém gymnáziu).

Klíčovým zájmem autora, který má patnáctileté zkušenosti s výukou matematiky na technické vysoké škole, je vložit do takového vytvářeného programu výuky matematiky a fyziky na gymnáziu v rámci jednoho předmětu také integrální a diferenciální počet jako část, kterou nelze z fyzikálních témat vyloučit, a která by současně byla svou potřebností ve fyzice jednou provždy mezi studenty obhájena, takže by se stala součástí výuky normálních gymnaziálních studentů, podobně jako tito studenti zcela normálně používají mobilní telefony, protože pro ně najdou uplatnění.

Autorovi je známo doporučení kolegů D. Hrubého a E. Fuchse zařazovat téma diferenciálního a integrálního počtu pro gymnázia až při hodinové dotaci 16 hodin na matematiku. Zatímco toho dosáhnout na některých gymnáziích je náročné, autor je toho názoru, že při spojení s předmětem fyziky by bylo možné tento tematický celek pokrýt při nezměněné dotaci předmětů matematika a fyzika za cenu toho, že by z nového programu byly vyřazeny ty části obou předmětů, které by přímo nesouvisely s tokem prezentace motivovaným fyzikou. S těmi by autor v novém programu navrhoval zacházet, jako se ve stávajících programech zachází s diferenciálním a integrálním počtem: budou nepovinné, tj. buď na ně vyjde čas v rámci výuky poté, až se probere vše dané novým programem, nebo ředitel daného gymnázia sestaví volitelný kurs přípravy na přijímací zkoušky na VŠ, který všechny zbývající partie pokryje dostatečně.

Dalším argumentem, který je vážnější, je to, že učitel na gymnáziu často nemá na oba předměty současně aprobaci. To je skutečnost, která by musela být řešena spoluprací dvou učitelů právě podle společného sylabu, což je věc ne neřešitelná, ale závažná a citlivá. Citlivá v tom smyslu, že by zde musela existovat užší forma spolupráce, než jen seskládání témat obou učitelů do jiného pořadí. Při opoždění v jednom tématu by oba vyučující museli spojit síly a téma dodělat společně. Autor má spíše na mysli takovou formu spolupráce, že v jednom typu hodiny by byla prezentována a odvozována teorie matematiky i fyziky současně (a také zkoušena), ve druhém typu hodiny by byly procvičovány počítací a praktické dovednosti z obou předmětů současně (a také se psaly písemky). Oba spolupracující vyučující by tedy byli garanty výuky, ale podíl na výuce by víceméně sdíleli v každém tématu.

Asi nejvážnějším argumentem proti spojení obou předmětů je systematičnost, kterou ztrácí matematika, hrající si jen s proměnnými x a y, zatímco fyzika musí bojovat už při popisu přímočarého pohybu s hodnotami $x_0, x, v(t), v_0, t, a$, zkrátka postihnout fyziku je nesmírně náročné, protože každý týden se zabývá modelem jiné situace, zatímco matematika stále klidně vynáší na vodorovnou osu hodnotu proměnné x a na svislou osu hodnotu proměnné y. Ano, prý je zdokumentováno v literatuře, že spojování předmětů matematiky a fyziky dělá studentům velké potíže, protože každý z těchto předmětů se přece jen zaměřuje na jiné dovednosti. Fyzika objevuje hranice nemožného, zatímco matematika si hraje se svým x a y. Nicméně, autor tohoto příspěvku si přesto myslí, že pokud toto spojování, tato syntéza, dělá studentům problémy, je o to větší výzvou, ba přímo povinností vzdělávacích programů, ale nejvíce učitelů, aby v této syntéze studentům pomohli.

Autor by rád zaslal dotazník všem gymnáziím v České Republice a otevřel diskusi k této otázce (a bude vděčný i za doplnění otázek do sestavovaného dotazníku):

- Učí se na některém gymnáziu matematika a fyzika provázaně jako jeden předmět?
- Byla by osnova takového předmětu pro gymnázia pomocí? Je to reálný projekt?
- Byla by spolupráce dvou vyučujících problémem, nebo příležitostí?
- Které partie matematiky a fyziky doporučujete do společného celku zahrnout a které naopak nezahrnout? V tomto bodu se nemusíte cítit být vázáni existujícími programy, protože se jedná o otázky nového programu, jenž by zodpovědně zachoval systémový vztah mezi matematikou a fyzikou pro další generace, popřípadě o vytvoření učebního textu, který na tento systémový vztah klade důraz. V první fázi není cílem do osnovy souhry obou předmětů doplňovat partie jen proto, aby tam byly, ale vytvořit třeba tříletou osnovu souhry obou předmětů, ve které bude probrán celý obsah fyziky, a ve zbytku čtyřletých osnov by mohly být probrány ty partie matematiky, které se do provázané osnovy nedostaly.

Podívejme se nyní na návrh osnovy předmětu spojujícího matematiku a fyziku v jeden předmět (respektive na začátek takové osnovy, která v rámci projektu teprve bude rozpracována). V záhlaví řádku je vždy uvedeno označení M nebo F podle toho, zda je daná část přispěním předmětu matematika nebo fyzika:

Tabulka 2 – První část návrhu osnovy výuky matematiky a fyziky v rámci jednoho předmětu

	Název bodu osnovy	**Poznámka**
F1	Převody jednotek	h na min, m/s na km/hod
M1	Úvod do reálné funkce – graf	Mocninné a polynomické funkce
M2	Goniometrické funkce ostrého úhlu	Pythagorova věta, odvození tabulky sinus, cosinus, tangens zákl. úhlů

M3	Rovnice přímky, směrnice	
F2	Průměrná rychlost přímočarého pohybu	
M4	Derivace a vzorce pro derivaci	Pro polynom, goniom. funkce, mocninné funkce; včetně derivace podílu, součinu, složené funkce
F3	Okamžitá rychlost	
F4	Zrychlení	
F5	Rovnoměrně zrychlený pohyb	Témata F3 až F5 se týkají přímočarého pohybu
F6	Vrh svislý	
M5	Vektory – sčítání, násobení skalárem	
M6	Rozšíření goniometrických funkcí na celou reálnou osu, jejich grafy	také stupňová a oblouková míra
M7	Parametrické a obecné vyjádření přímky	(v rovině)
F7	Průměrná a okamžitá rychlost v prostoru	
F8	Průměrné a okamžité zrychlení v prostoru	
M8	Kvadratická funkce a její vlastnosti	
F9	Šikmý vrh	
F10	Rovnoměrný pohyb po kružnici	
M9	Výpočet některých limit	(také podle l'Hospitalova pravidla)
F11	Výpočet dostředivého zrychlení při rovnoměrném pohybu po kružnici	Počítáme $\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x}$
F12	Síla a hmotnost	Newtonovy pohybové zákony
F13	Tření	
F14	Odporová síla a mezní rychlost	
F15	Rovnoměrný pohyb po kružnici II	Otázky spojené s třením
M10	Skalární součin vektorů	
F16	Práce a kinetická energie	
M11	Vektorový součin vektorů	
F17	Moment síly vzhledem k ose otáčení	
F18	Práce proměnné síly	Posun tělesa po přímce, aplikace určitého integrálu
F19	Práce pružné síly	Konkrétní aplikace oddílu F18
M12	Integrál určitý a neurčitý	Základní integrační vzorce
M13	Integrace per partes a substitucí	
M14	Model radioaktivního rozpadu	Diferenciální rovnice: aplikace neurčitého integrálu
M15	Logaritmická funkce a její vlastnosti	Včetně logaritmických rovnic, ale zejména grafy funkcí
M16	Exponenciální funkce a její vlastnosti	Včetně exponenciálních rovnic, ale zejména grafy funkcí
M17	Pravidla pro počítání s mocninami	Opakování a shrnutí
F20	Výkon = okamžitá změna práce	Využívá též oddíl F16 a teorii derivací
F21	Potenciální energie	
M18	Parametrizace křivky v prostoru	
M19	Křivkový integrál 1. a 2. druhu	

F22	Zákon zachování energie	Včetně vzorce $E=mc^2$

Uvedená osnova je jen začátkem celkové čtyřleté osnovy. Autor článku hledá též spolupracovníka při sestavení osnovy takto zvažovaného předmětu, přednostně studenta či absolventa obou oborů studia.

Závěr

V tomto příspěvku se autor snaží poukázat na klady systematického propojování matematiky a fyziky a směřuje ke tvrzení, že oddělováním obou předmětů při výuce každý z nich něco podstatného ztrácí. Bude vděčný za názory pro a proti při zvažování, zda by bylo možné na střední škole vyučovat matematiku a fyziku jako jeden předmět (nebo minimálně na gymnáziu, které by oběma předmětům věnovalo dostatečnou dotaci). Bez ohledu na odpověď na tuto otázku si ovšem uvědomuje nepřítomnost metodologické příručky, která (zejména na střední škole) by dobře představila vztah obou předmětů na základě propojení dobrých učebnic každého z nich.

Literatura

Bednařík, M. & Široká, M. (2000). *Fyzika pro gymnázia – mechanika*. Praha, Česká Republika: PROMETHEUS.

Halliday, D., Resnick, R. & Walker, J. (2000). *Fyzika.* Brno: Vysoké učení technické v Brně – nakladatelství VUTIUM, Praha: PROMETHEUS. Druhé, přepracované vydání 2013.

Fuchs, E. & Hrubý, D. (2006). *Postavení matematiky ve školním vzdělávacím program na čtyřletém gymnáziu*. Praha: PROMETHEUS.

Hrubý, D. & Kubát, J. (1997). *Matematika pro gymnázia – diferenciální a integrální počet*. Praha, Česká Republika: PROMETHEUS.

Musilová, J. & Musilová, P. (2009). *Matematika pro porozumění a praxi I.* Brno: VUTIUM. 339 stran.

Musilová, J. & Musilová, P. (2012). *Matematika pro porozumění a praxi II (svazky 1 a 2).* Brno: VUTIUM. 691 stran.

Musilová, J. & Musilová, P. (2018). *Matematika pro porozumění a praxi III (svazky 1,2,3).* Brno: VUTIUM. 1152 stran.

Odvárko, O. (1993). *Matematika pro gymnázia – funkce*. Praha, Česká Republika: PROMETHEUS.

Odvárko, O. (1994). *Matematika pro gymnázia – goniometrie*. Praha, Česká Republika: PROMETHEUS.

Události na VUT 9/2001, p. 7.

Kontaktní adresa:
Břetislav Fajmon, RNDr. Ph.D.,
Katedra matematiky, Pedagogická fakulta MU, Poříčí 31, 603 00 Brno,
e-mail: fajmon@ped.muni.cz