

GEOMETRICKÁ PŘEDSTAVIVOST STUDENTŮ TECHNICKÝCH OBORŮ

NOCAR David – NOVOTNÝ Jan – ZDRÁHAL Tomáš, CZ

Resumé

Negativním fenoménem současné vzdělanostní společnosti je nízká úroveň geometrické prostorové představivosti. Pro vysokoškolské studenty technických oborů to nemusí znamenat jenom větší problémy při samotném studiu, ale může se to projevit i jako limitující faktor v jejich případné tvůrčí činnosti v budoucím zaměstnání. K řešení této situace je třeba provést důkladnou analýzu úrovně představivosti a navrhnout způsob a metody, jak tuto úroveň zvýšit. Vyjdeme-li z nejnovějších výzkumů odborníků na vzdělávání předškoláků a nejmladších školáků, které poukazují na skutečnost, že vlivem ICT technologií manuální zručnost dětí rapidně klesá, nabízí se myšlenka, že i v případě geometrické představivosti analyzované skupiny může hrát roli skutečnost, že vlivem ICT technologií se vysokoškolští studenti setkávají stále častěji jen s 3D animacemi prostorových těles namísto klasických fyzických modelů. Na základě analýzy úrovně geometrické představivosti byly k rozvoji této představivosti navrženy metody založené na zkoumání grup zákrytových pohybů různých těles, tedy speciálních podgrup symetrických grup. Klíčovým prvkem je zde kompozice těchto pohybů, které jsou interpretovány schémata ve vhodném digitálním prostředí, které umožňuje tyto pohyby realizovat. Byly sestaveny grupy zákrytových pohybů vybraných těles v prostředí MS Excel. Byl realizován pilotní e-learningový kurz „Rozvíjení geometrické představivosti vysokoškolských studentů technických oborů“. Bylo provedeno testování a následné vyhodnocení výsledků testů zkoumajících geometrickou představivost studentů technických oborů. Výsledky testování neukázaly, že zkoumání grup zákrytových pohybů různých těles signifikantně ovlivňuje úroveň geometrické představivosti vysokoškolských studentů technických oborů. Tento výsledek byl do jisté míry očekáván. V dalším výzkumu se autoři zaměří na práci s fyzickými, nikoliv virtuálními, 3D modely.

Klíčová slova: geometrická představivost, prostorová představivost, 3D model, 3D animace

SPATIAL IMAGINATION AMONG STUDENTS OF ENGINEERING

Abstract

The negative phenomenon of today's educational society is the low level of geometric spatial imagination. For students in technical disciplines it doesn't have to mean more problems during the study but it can also be a limiting factor in their possible creative work in future employment. To address this situation, it is necessary to conduct a thorough analysis of the level of imagination and propose the methods how to increase this level. If we come out of the latest research of education experts for pre-school education and the youngest pupils which point to reality that the influence of ICT technology on manual skills of children is rapidly decreasing, it offers the idea that even in the case of the geometric imagination of the analyzed group may be affected by the fact that by the influence of ICT technologies students meet increasingly only with 3D animations of space objects instead of conventional physical models. Based on an analysis of the level of geometric imagination there were developed methods to develop imagination based on examining groups of eccentric movements of different objects - special subgroups of symmetric groups. The key element here is the composition of these movements which are interpreted in a suitable digital environment which enables these movements to realize. There were built groups of eccentric movements of selected objects in MS Excel. There was implemented a pilot e-learning course called Developing the geometric imagination of students in technical disciplines. Testing and subsequent evaluation of tests

results examining the geometric imagination of students in technical disciplines were performed. The test results did not show that exploring the group of eccentric movements of different objects significantly influences the level of geometric imagination of student in technical disciplines. This result was to some extent expected. In further research, the authors will focus on working with physical, not virtual, 3D models.

Key words: geometric imagination, spatial imagination, 3D model, 3D animation

Úvod

Na základě analýzy úrovně geometrické představivosti byly k rozvoji této představivosti navrženy metody založené na zkoumání grupy zákrytových pohybů pravidelného osmistěnu, tedy speciální podgrupy symetrické grupy. Zaměřili jsme se skládání těchto pohybů, které jsme interpretovali schémata v MS Excelu.

Zkoumali jsme prostorovou představivost 64 studentů bakalářského studia studijním programu Strojírenská technologie. Měli za úkol označit vrcholy pravidelného osmistěnu, který měli fyzicky před sebou, ale nesměli se ho dotýkat, po provedení dvou zákrytových pohybů. Tyto pohyby jim byly popsány slovy – např.:

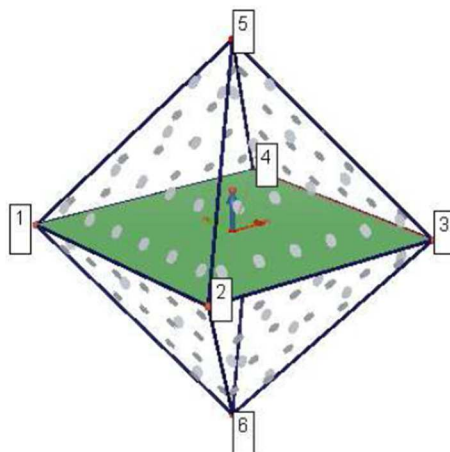
Osmistěn se nejprve otočí o $+180^\circ$ kolem osy spojující vrcholy 5 a 6 a potom se otočí kolem osy procházející stěnami 125 a 346 o $+240^\circ$. Jak bude vypadat označení vrcholů výsledného osmistěnu?

Studenti byli náhodně rozděleni do tří skupin.

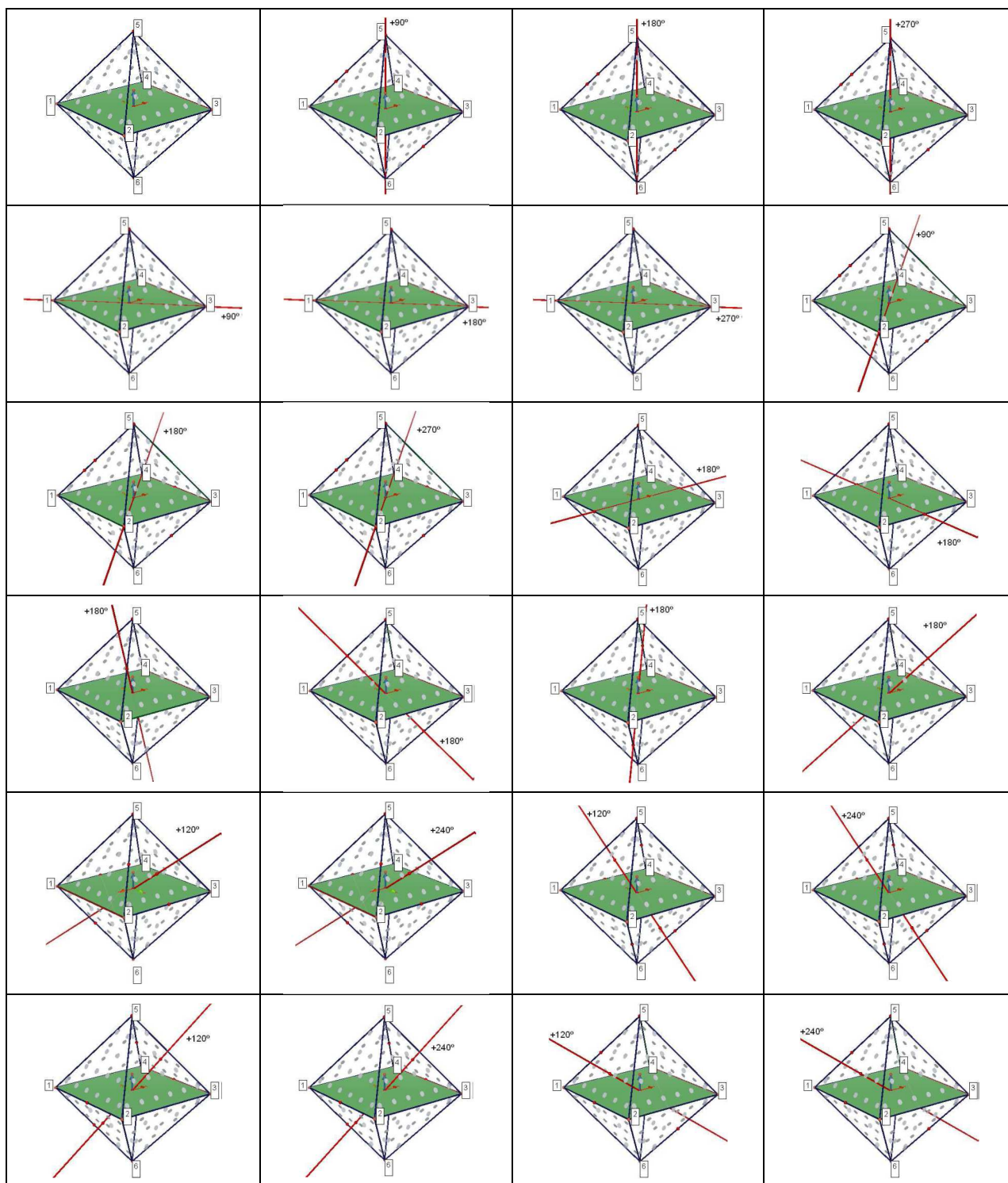
Studenti první skupiny (označené „Nothing“) byli testu, který spočíval v zadání tří otázek typu výše uvedeného, vystaveni bez jakékoliv teoretické průpravy. Měřil se vždy čas (v sekundách), za který problémy vyřešili, a zaznamenala se průměrná hodnota těchto tří časů.

Studenti druhé skupiny (označené „D2“) byli před testem teoreticky seznámeni s grupou zákrytových pohybů rovnostranného trojúhelníka. Celá tato průprava trvala 20 minut.

Studenti třetí skupiny (označené „D3“) byli před testem teoreticky seznámeni přímo s vyšetřovaným osmistěnem; teoretická průprava trvala 45 minut a vycházela ze „zákrytových pohybů pravidelného osmistěnu“, tj. z pohybů, kdy se pravidelný osmistěn v dané transformaci zobrazí sám na sebe. Existuje 24 takových zákrytových pohybů; tyto pohyby tvoří grupu. Její Cayleyho tabulka má tedy 24 řádků a 24 sloupců. To znamená, že je třeba provést celkem $24^2 = 576$ permutací šesti prvkové množiny jeho vrcholů. Jak průprava probíhala, je vidět z následujících obrázků.



Obrázek 1 – Pravidelný osmistěn ve výchozím postavení



Obrázek 2 – 24 zákrytových pohybů pravidelného osmistěnu

Dále jsou ukázány některé zákrytové pohyby spolu s výsledným osmistěnem.

<p>Identita</p> $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$		
<p>Otočení kolem osy procházející vrcholy 5 a 6 o $+90^\circ$</p> $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 1 & 2 & 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$		
<p>Otočení kolem osy procházející vrcholy 5 a 6 o $+180^\circ$</p> $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 5 & 6 \end{pmatrix}$		
...
...
...
<p>Otočení kolem osy procházející stěnami 125 a 346 o $+240^\circ$</p> $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 1 & 6 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}$		

Obrázek 3 – Označení vrcholů po provedeném zákrytovém pohybu na osmistěně, který byl ve výchozím postavení

Vyplňovat Cayleyho tabulku ručně je poměrně pracné. Proto se v MS Excelu použily vzorce vycházející z toho, jak se skládání permutací o definuje:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ i_1 & i_2 & \dots & i_n \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ j_1 & j_2 & \dots & j_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ j_{i_1} & j_{i_2} & \dots & j_{i_n} \end{pmatrix}$$

Výsledná tabulka je naznačena níže (opravdu jenom naznačena, některé její „čitelné“ fragmenty jsou uvedeny dále).

Obrázek 4 – všech $24^2 = 576$ permutací šesti prvkové množiny vrcholů osmistěnu - Cayleyho tabulka grupy zákrytových pohybů pravidelného osmistěnu

Obrázek 5 - Fragment Cayleyho tabulka grupy zákrytových pohybů pravidelného osmistěnu

		A	B	C	D	E	F	G
		1 2 3 4 5 6	1 2 3 4 5 6	1 2 3 4 5 6	1 2 3 4 5 6	1 2 3 4 5 6	1 2 3 4 5 6	1 2 3
		1 2 3 4 5 6	2 3 4 1 5 6	3 4 1 2 5 6	4 1 2 3 5 6	5 3 6 4 2	1 4 3 2 6 5	1 6 3
A	1 2 3 4 5 6	1 2 3 4 5 6	2 3 4 1 5 6	3 4 1 2 5 6	4 1 2 3 5 6	5 3 6 4 2	1 4 3 2 6 5	1 6 3
B	2 3 4 1 5 6	2 3 4 1 5 6	3 4 1 2 5 6	4 1 2 3 5 6	5 3 6 4 2	1 4 3 2 6 5	1 6 3	1 2 3
C	3 4 1 2 5 6	3 4 1 2 5 6	4 1 2 3 5 6	5 3 6 4 2	1 4 3 2 6 5	1 6 3	1 2 3	1 2 3
D	4 1 2 3 5 6	4 1 2 3 5 6	5 3 6 4 2	1 4 3 2 6 5	1 6 3	1 2 3	1 2 3	1 2 3
E	5 3 6 4 2	5 3 6 4 2	1 4 3 2 6 5	1 6 3	1 2 3	1 2 3	1 2 3	1 2 3

Obrázek 6 - Naznačení vzorců pro skládání permutací

Jak již bylo uvedeno, studenti všech tří skupin (Nothing, D2 a D3) prošli stejným testem – vždy tři otázky a byl zaznamenán jejich průměrný čas v sekundách potřebný k tomu, aby našli správnou polohu osmistěny. Chtěli jsme zjistit, zda existuje signifikantní rozdíl mezi těmito třemi způsoby průpravy na jeden konkrétní test zkoumající jejich geometrickou představivost. K tomuto účelu byla použita jedno faktorová ANOVA v MS Excelu; testovala se nulová hypotéza, že průměrná doba je u všech tří skupin studentů stejná a nezáleží tak na druhu této průpravy.

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

H_1 : Alespoň jedna střední hodnota je odlišná.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Nothing	D2	D3		Anova: Single Factor							
2	35	34	30									
3	27	30	31		SUMMARY							
4	30	24	18		Groups	Count	Sum	Average	Variance			
5	31	17	25		Column 1	21	633	30.14286	37.82857			
6	41	29	32		Column 2	22	623	28.31818	37.08442			
7	27	30	34		Column 3	21	568	27.04762	28.44762			
8	27	27	30									
9	22	30	18									
10	31	31	25		ANOVA							
11	41	18	32		Source of Variation	SS	df	MS	F	P-value	F crit	
12	32	25	30		Between Groups	101.7035	2	50.85173	1.474106	0.237025	3.147791	
13	34	31	27		Within Groups	2104.297	61	34.49666				
14	30	41	24		Total	2206	63					
15	27	27	17									
16	22	30	29									
17	41	18	32									
18	32	25	30									
19	17	27	18									
20	29	30	25									
21	30	31	31									
22	27	41	30									
23		27										

Obrázek 7 – Jedno faktorová ANOVA v MS Excel

Závěr

Jelikož nám vyšlo, že $F < F_{crit}$, nelze nulovou hypotézu zamítnout.

Výsledky našeho testování tedy neukázaly, že zkoumání grup zákrytových pohybů dvou a tří rozměrných objektů (konkrétně rovnostranného trojúhelníka – tato šesti prvková grupa je notoricky známa, a proto jsme se jí v tomto článku vůbec nevěnovali, a pravidelného osmistěnu) signifikantně ovlivňuje úroveň geometrické představivosti vysokoškolských studentů technických oborů. Tento výsledek byl ale do jisté míry očekáván. V dalším výzkumu se autoři zaměří na práci s fyzickými, nikoliv virtuálními, 3D modely.

Výzkum i článek vznikl v rámci realizace specifického výzkumného projektu IGA_PdF_2017_014 realizovaného na Katedře matematiky Pedagogické fakulty Univerzity Palackého v Olomouci.

Literatura

- Blažek, J., Koman, M., Vojtášková, B. (1985). *Algebra a teoretická aritmetika, II. díl*. Praha-EU: SPN. 258 p.
- Dobelis, M., Leja, E., Veide, G. (2008). Development of Spatial Imagination Abilities in Mechanical Engineering Studies. In *Proceedings of the 13th International Conference on Geometry and Graphics*, Dresden – EU: ER ZSCHLAG GbR. pp. 1-8.
- Leopold, C., Górska, R., Sorby, S., A. (2001). International Experiences in Developing the Spatial Visualization Abilities of Engineering Students. *Journal for Geometry and Graphics. Volume 5., No. 1*. pp. 81-91.
- Puchýřová, J., Zvoníčková, V. (1993). Utváření a testování prostorové představivosti. In *Moderní metody výuky matematiky pro inženýry s použitím počítačové podpory – grant č. 6*. Brno – EU: FS VUT v Brně.
- Nezvalová, D., Molnár, J. (2006). *Provide Motivation Through Exciting Material in Mathematics and Science. Unit Descriptors*. Olomouc – EU: Univerzita Palackého v Olomouci. 124 p.

Kontaktní adresa:

David Nocar, Mgr. Ph.D.,
Katedra matematiky, Pedagogická fakulta UP, Žižkovo nám. 5, 771 40 Olomouc, ČR,
tel.: 00420 585 635 709, e-mail: david.nocar@upol.cz

Jan Novotný, PhDr. Ph.D.,
Katedra technologií a materiálového inženýrství, Fakulta výrobních technologií a managementu UJEP, Pasteurova 1, 400 96 Ústí nad Labem, ČR, tel.: 00420 475 285 525, e-mail: novotny@fvtnm.ujep.cz

Tomáš Zdrahal, doc. RNDr. CSc.,
Katedra matematiky, Pedagogická fakulta UP, Žižkovo nám. 5, 771 40 Olomouc, ČR,
tel.: 00420 585 635 710, e-mail: tomas.zdrahal@upol.cz