

## INTERAKTÍVNY KURZ Z TEÓRIE GRAFOV

VOŠTINÁR Patrik, SK

### Resumé

Príspevok sa zaoberá vytváraním interaktívneho kurzu pre budúcich učiteľov matematiky. Vytvorili sme interaktívny kurz v systéme Moodle pre teóriu grafov. Používaním programov dynamickej geometrie sa stáva vyučovací proces viac efektívnejší a atraktívnejší. Veľkou výhodou týchto programov je schopnosť používať ich spolu s elektronickými kurzmi. Hlavnou výhodou takýchto kurzov je možnosť študovať hocikedy a hocikde. V našom kurze sme používali interaktívne applety vytvorené v matematickom softvéri GeoGebra. Ukážeme výsledky nášho výskumu, či používanie nášho kurzu ovplyvní záujem študentov o matematiku.

**Kľúčové slová:** diskrétna matematika, e-learning, , teória grafov

## INTERACTIVE COURSE OF GRAPH THEORY

### Abstract

The paper deals with creating electronic course for preparing future mathematics teachers. We created an interactive course in Moodle for Graph theory. Using Dynamic Geometry programs makes the learning process more effective and more attractive. The great advantage of these programs is the ability to use it with e-learning courses. The main advantage of such courses is the opportunity to study anytime, anywhere. In our course, we used interactive applets created by mathematical software GeoGebra. We will present the results of our research, if our course increases students' interest in mathematics.

**Key words:** discrete mathematics, e-learning, graph theory

### Úvod

Žijeme v dobe, kde sa s informačnými technológiami stretávame na každom kroku. Nájdeme ich nielen v autách, v zdravotníctve, v bankách, vo firmách, ale aj v školstve. Expandujú medzi všetky vekové skupiny. Používajú ich nielen deti v predškolskom veku, mládež, aktívne pracujúci, ale aj staršia generácia. Informačné a komunikačné technológie ovplyvňujú náš každodenný život a je logické, že sa stávajú neoddeliteľnou súčasťou vzdelávania detí a mládeže na Slovensku. Je nevyhnutnosťou naučiť sa s nimi pracovať. Ich využitie pri vzdelávaní poskytuje nové možnosti.

Jednou z možností používania IKT v výučbe je používanie bezplatného online softvérového balíčka systému na riadenie výučby Moodle. Systém Moodle si vďaka svojej dostupnosti, používateľskému rozhraniu a intuitívnemu spôsobu tvorby multimediálneho obsahu zaujal pevné miesto medzi systémami na podporu prezenčnej, kombinovanej a dištančnej výučby (Drlík a kol, 2013). Tento softvér funguje na každom počítači, ktorý je pripojený na internet. Výhodou systému Moodle je možnosť používania viacerých typov používateľov (administrátor, manažér, tvorca kurzov, učiteľ, študent, hosť), možnosť použitia viacerých aktivít (fórum, prednáška, zadanie, test, atď.) a viaceré možnosti komunikácie medzi študentmi a učiteľom (fórum, diskusia, správa). Veľkou výhodou systému Moodle je možnosť vložiť applety vytvorené v programe GeoGebra priamo do nášho kurzu. GeoGebra je dynamický matematický softvér, ktorý prepája matematické celky geometriu,

algebru a matematickú analýzu. GeoGebra je k dispozícii ako voľne šíriteľný, multiplatformový softvér.

## 1 E-learningový kurz *Vybrané kapitoly z diskkrétnej matematiky*

E-learning je systém riadenia vzdelávania, ktorý umožňuje nielen odovzdávať vedomosti, ale ich zároveň zdieľať a sledovať ich rozvoj a získavať spätnú väzbu o ich efektívnosti (Hanzel a kol., 2015).

Na Fakulte prírodných vied UMB sme vytvorili e-learningový kurz vhodný pre vyučovanie grafov. Na vytvorenie kurzu sme použili LMS (Learning Management System) systém Moodle. Elektronická podpora vzdelávania využívajúca LMS Moodle je charakterizovaná ako multimediálna forma riadeného štúdia, v ktorom vyučujúci a študenti v priebehu vzdelávania komunikujú prevažne *off-line* formou. Charakteristickým znakom tohto typu štúdia je zvýšený podiel samostatnosti, pričom prezentácia nového učiva sa uskutočňuje pomocou moderných vzdelávacích aktivít.

Kurz je dostupný aj pre neregistrovaných používateľov na stránke: <https://lms2.umb.sk/course/view.php?id=1389>.

Naším hlavným cieľom bolo implementovať prostriedky IKT do klasickej formy vyučovania. Takémuto typu vzdelávania sa hovorí *blended learning*. *Blended learning* predstavuje moderný spôsob vyučovania, v ktorom využívame výhody klasického vzdelávania a e-learningu (Pokorný, 2013).

Náš kurz je možné používať pri vyučovaní informatiky a matematiky na stredných a vysokých školách. Kurz je rozdelený do niekoľkých častí. Prvá časť – informačná obsahuje všeobecné informácie o kurze. V tejto časti sa nachádza:

- **fórum noviniek** - diskusné fórum, v ktorom učiteľ informuje o novinkách, priebežných hodnoteniach, termínoch nasledujúcich stretnutí, atď.
- **hodnotenie predmetu** – podmienky na ukončenie kurzu a získanie príslušnej známky,
- **odporúčaná literatúra** – zoznam literatúry, ktorú odporučil učiteľ študentom,
- **učebný text z teórie grafov** – text vo formáte docx (Microsoft Word), určený pre študentov, ktorí uprednostňujú poznámky v tlačenej podobe,
- **upravený softvér GeoGebra** – špeciálna verzia geometrického programu GeoGebra určená pre potreby výučby teórie grafov.
- **dotazník** – štandardizovaný dotazník, ktorý vyplňali študenti pred a po absolvovaní kurzu pre potreby výskumu.

Druhá časť kurzu sú elektronické prednášky, ktoré obsahujú e-lekcie z ôsmich tém (obr. 1). Za každou témou nasleduje test, ktorý obsahuje päť otázok z danej témy. Úlohou testu je precvičiť si dané učivo. Test sa nehodnotí a študenti môžu test opakovať viackrát.

Pri tvorbe e-lekcií sme sa snažili dodržať zásadu primeranosti a názornosti. Vhodným využívaním IKT sme sa snažili dosiahnuť vyššiu efektívnosť pri čítaní textových informácií.

Jednou z možností, aby e-learningové kurzy obsahovali interaktívne prvky je vloženie appletov do kurzov. Napríklad pri vyučovaní geometrie je možné používať softvérové produkty patriace

do skupiny tzv. dynamických geometrických systémov. U nás sú najčastejšie používané programy Cabri Geometria a GeoGebra (Bayerl&Žilková, 2015).

VITAJTE V KURZE

**MAT** Vybrané kapitoly z diskkrétnej matematiky

Autori kurzu Prof. RNDr. Pavol Hanzel, CSc. , Mgr. Patrik Voštinár

Fórum novínok

Zoznam študentov - rozdelenie do skupín

Prístup je obmedzený nasledujúcim spôsobom - nie je dostupné, kým nie je splnené: Patrite k ľubovoľnej skupine

Učebný text z teórie grafov 4.2MB

Softvér - geogebra upravený

Hodnotenie predmetu

Odporúčaná literatúra

Dotazník 2017

téma 1

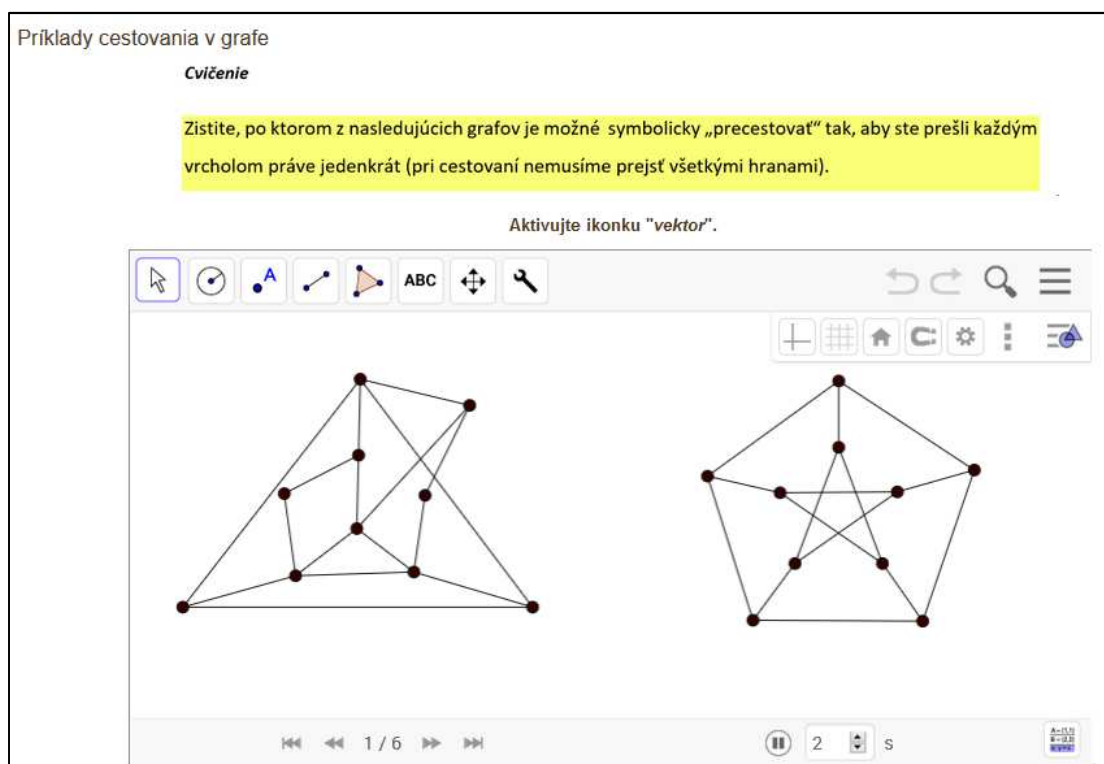
**Vybrané kapitoly z teórie grafov - elektronické prednášky**

- Vznik a rozvoj teórie grafov
- ☒ Vznik a rozvoj teórie grafov
- Grafy - základné pojmy
- ☒ Graf - základné pojmy
- Základné druhy grafov
- ☒ Základné druhy grafov
- Súvislosť grafov

Obrázok 1– Hlavná stránka e-learningového kurzu „Vybrané kapitoly z diskkrétnej matematiky“ (zdroj: vlastný)

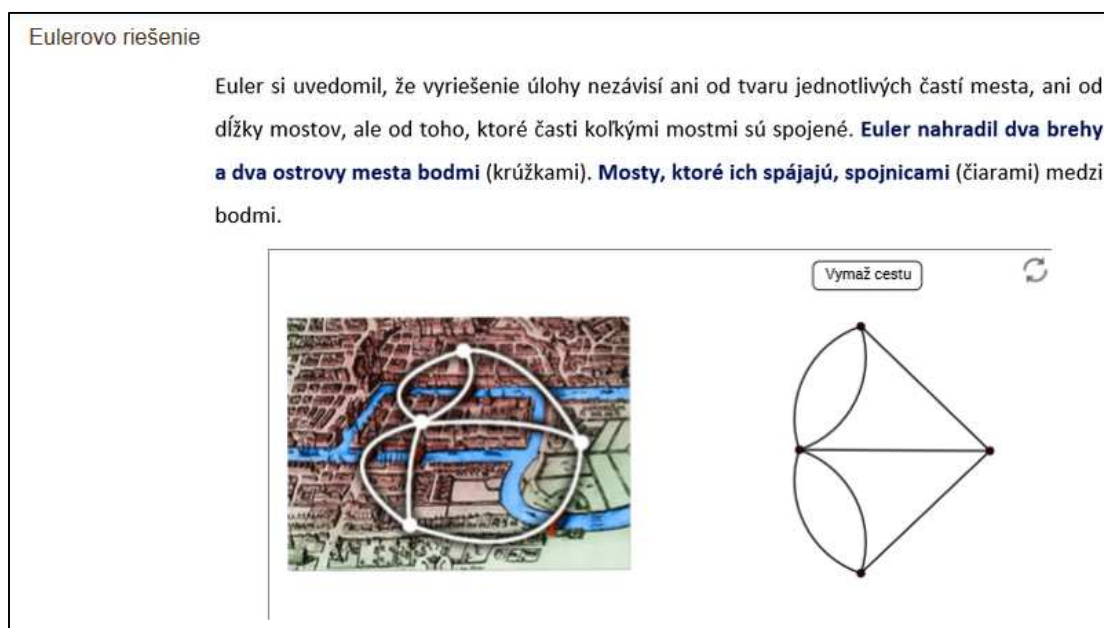
E-lekcie sme dopĺňali o dynamické a interaktívne prvky vytvorené v dynamickom geometrickom softvéri GeoGebra. Na obrázku 2 je ukážka použitia interaktivity v našom kurze. V kapitole *Vznik a rozvoj teórie grafov* sa nachádza podkapitola *Cesta okolo sveta*, ktorou sa zaoberal slávny írsky matematik W.R. Hamilton v roku 1859. Hamilton vytvoril hru, v ktorej mali hráči za úlohu nájsť cestu v pravidelnom dvanásťstene (dodekaéder), tak aby začínali s konkrétnymi piatimi písmenami (Aldous&Wilson, 2004).

Na obrázku 2 je konkrétny príklad modifikovanej úlohy na cestovanie po grafe, tak aby bolo možné prejsť každým vrcholom práve jedenkrát. Pod textom sa nachádza GeoGebra applet, v ktorom študenti majú pomocou nástrojov nájsť riešenie. V prípade, že nevedia vyriešiť danú úlohu, môžu si pomôcť tlačidlami, ktoré sa nachádzajú na spodku appletu. Pomocou týchto tlačidiel môžu postupne precestovať po vrcholoch a nájsť riešenie (ak existuje). Túto možnosť je vhodné použiť aj v prípade prednášky, ak chce učiteľ ušetriť čas.



Obrázok 2 – Ukážka použitia interaktivity v e-learningovom kurze – GeoGebraapplet (zdroj: vlastný)

Na vytvorenie takéhoto appletu stačia učiteľovi nástroje, ktoré sa nachádzajú v pôvodnej verzii GeoGebry. V prípade teórie grafov potrebujeme aj nástroje, ktoré sa v GeoGebre nenachádzajú. Veľkou výhodou GeoGebra je možnosť vytvárania nových pracovných nástrojov. Na obrázku 3 je ukážka použitia appletu, v ktorom sme použili nami vytvorený nástroj oblúk, ktorý umožňuje znázorňovať viacnásobné hrany.



Obrázok 3 – Ukážka použitia appletu vytvoreného pomocou JavaScriptu (zdroj: vlastný).

V applete sa naľavo nachádza obrázok, ktorý zobrazuje dobovú mapu stredovekého mesta Königsberg. Napravo sa nachádza graf, ktorý ilustruje problém obyvateľov tohto mesta – nájsť takú cestu, po ktorej by bolo možné prejsť každým mostom práve raz a vrátiť sa na pôvodné miesto. Úlohu sa snažil riešiť švajčiarsky matematik Leonard Euler, ktorému sa podarilo dokázať, že daná úloha je neriešiteľná (Hanzel, 2005).

Interaktivita v tomto applete umožňuje vyskúšať cestovanie po tomto grafe – pokúsiť sa nájsť riešenie tejto úlohy. V prvom kroku je potrebné zvoliť si začiatkový bod. Zvolený vrchol sa zvýrazní, aby bolo jasné, kde sme začali. Následne je potrebné zvoliť hranu, ktorá vychádza z tohto vrcholu. Zvolená hrana sa farebne zvýrazní, aby sme vedeli, že cez túto hranu sme už prešli. V ďalších krokoch vyberáme postupne hrany, ktoré sú incidentné s vrcholom, kde sme skončili tak, aby sme sa pokúsili precestovať po grafe a splnili podmienky, že každou hranou môžeme prejsť iba raz a musíme sa vrátiť do začiatového vrcholu. V prípade, že zvolíme hranu, ktorá nie je incidentná so začiatovým vrcholom, zobrazí sa okno s upozornením, že bola zvolená hrana, ktorá nie je incidentná s vrcholom. Ak počas cestovania po grafe sa rozhodneme začať v inom vrchole, po kliknutí na iný vrchol sa cesta vynuluje a môžeme začať odznovu. Na vytvorenie takéhoto typu appletu potrebujeme naprogramovať jeho funkcionality v programovacom jazyku. GeoGebra podporuje dva typy programovacích jazykov – JavaScript a GGBScript. JavaScript je plnohodnotný programovací jazyk, ktorý sa používa najmä pri tvorbe webových stránok. Tento programovací jazyk je dosť rozšírený, na rozdiel od GGBScript- špecifického jazyka vytvoreného výlučne pre programovanie v GeoGebre (Voštinár, 2017). V našom prípade sme použili jazyk JavaScript.

Náš e-learningový kurz pre vyučovanie grafov obsahuje ešte časti Seminárne cvičenia z teórie grafov a Zadania pre samostatnú prácu z teórie grafov. Obidve časti obsahujú príklady na cvičenie na seminári a na domácu úlohu. Niektoré úlohy obsahujú predpripravené materiály v programe GeoGebra, ktoré musia študenti riešiť.



Obrázok4 – Seminárne úlohy a zadania pre samostatnú prácu( zdroj: vlastný)

## 2 Výskumná časť

Vhodnosť použitia kurzu vo vyučovaní matematiky na stredných a vysokých školách sme overovali pomocou postojového dotazníka. Pred výskumom sme sa domnievali, že efektívnym implementovaním interaktívnych materiálov do vyučovacieho procesu zmiernime nepriaznivý postoj študentov k vnímaniu matematických disciplín.

### Výskumné hypotézy

Stanovili sme si dve výskumné hypotézy

**H<sub>1</sub>:** Predpokladáme, že použitie informačných a komunikačných technológií po absolvovaní kurzu na predmete diskretná matematika pozitívne ovplyvní postoj študentov k štúdiu matematických disciplín.

**H<sub>0</sub>:** Predpokladáme, že postoj študentov k štúdiu matematických disciplín bude rovnaký pred a po absolvovaní kurzu.

Pri formulácii hypotézy sme vychádzali z potenciálu, ktorý poskytuje používateľom aplikovanie výpočtovej technológie vo vyučovaní. Použitie výpočtových technológií na hodinách je pre súčasnú generáciu mladých ľudí viac motivujúce, ako klasická hodina (tabuľa, papier a pero). Riešenie úloh pomocou počítača sa teda môže pozitívne odraziť aj na vzťahu študentov k matematike a jej vyučovaniu na školách.

### Výskumná vzorka

Z celkového počtu 65 študentov tvorilo výskumnú vzorku 53 študentov prvého ročníka aplikovanej informatiky a 12 študentov učiteľstva akademických predmetov v kombinácii s matematikou. Vzhľadom na malý počet študentov matematiky sme sa rozhodli urobiť výskum na Katedre informatiky na Univerzite Mateja Bela v akademickom roku 2016/2017.

### Výskumné metódy zisťovania empirických dát

Pri zbere empirických dát sme využili dotazník vlastnej konštrukcie. Dotazník vlastnej konštrukcie pozostával z jedenástich otázok. Pri zbere empirických dát sme použili rovnaký dotazník pred a po absolvovaní kurzu v rámci predmetu Diskretná matematika. Dotazník sa nachádzal v systéme LMS Moodle, dotazník bol anonymný a mali k nemu prístup iba prihlásení študenti.

### Metódy spracovania empirických dát

Dotazníkom vlastnej konštrukcie sme získali empirické dáta, ktoré sme spracovávali v programe SPSS Statistics a tabuľkovom programe Microsoft Excel.

Normalitu rozdelenia diferencií našej vzorky sme otestovali pomocou testu Kolmogorov-Smirnov, ktorý nám potvrdil, že naša výskumná vzorka nie je normálne rozdelená. Na základe výsledkov sme sa rozhodli použiť neparametrický Wilcoxonov test, ktorý sa používa na opakované meranie na jednej vzorke.

Tabuľka1 – Výsledky spracovania empirických dát (vlastný).

		Negative Ranks	Positive Ranks	Ties	Total	Asymp.Sig. (2-tailed)
1.Uved'te mieru dôležitosti k predmetu matematika	N	25 <sup>a</sup>	10 <sup>b</sup>	30 <sup>c</sup>	65	0,004**
2.Predmet matematika je pre Vás:	N	22 <sup>a</sup>	6 <sup>b</sup>	37 <sup>c</sup>	65	0,007**
3.Ako často sa tešíte na vysokej škole na hodinu matematiky?	N	22 <sup>a</sup>	17 <sup>b</sup>	26 <sup>c</sup>	65	0,000***
4. Ako často by ste preferovali štúdium formou e-learningu v škole?	N	29 <sup>a</sup>	12 <sup>b</sup>	24 <sup>c</sup>	65	,002**
5. Častejšie používanie IKT na hodinách matematiky by bolo pre Vás ?	N	21 <sup>a</sup>	0 <sup>b</sup>	44 <sup>c</sup>	65	,000***
a. Pred kurzom < po kurze.						
b. Pred kurzom > po kurze.						
c. Pred kurzom = po kurze.						

Hladina významnosti: \* $p \leq 0,05$ , \*\* $p \leq 0,01$ , \*\*\* $p \leq 0,001$

V otázkach vyberali študenti odpovede na hodnotiacej škále od 1 do 5, pričom odpoveď jedna vyjadrovala veľmi pozitívnu hodnotu a odpoveď päť veľmi negatívnu hodnotu. Výsledky v tabuľke 1 k položkám 1 až 5 na základe  $p$  – hodnôt sú na hladine významnosti kde  $p < 0,05$ , čo nám svedčí o tom, že existuje štatisticky významný rozdiel pred a po absolvovaní kurzu. V každej položke študenti pred kurzom zaujali najprv negatívny postoj, po kurze sa u väčšine študentov postoj k matematike zmenil k pozitívnemu. Týmto môžeme však potvrdiť, že použitie informačných a komunikačných technológií v rámci kurzu na predmete diskretná matematika pozitívne ovplyvní postoje študentov k štúdiu matematických disciplín.

## Záver

V príspevku sme stručne predstavili kurz *Vybrané kapitoly z diskretnéj matematiky*, ktorý je určený pre žiakov stredných a vysokých škôl. Kurz obsahuje veľké množstvo interaktívnych prvkov vytvorených v geometrickom nástroji GeoGebra. Vhodnosť použitia kurzu pri vyučovaní teórie grafov sme overili pomocou dotazníka pred a po absolvovaní kurzu na Katedre informatiky na Univerzite Mateja Bela. Z výsledkov vyplynulo, že sme efektívne implementovali informačno-komunikačné technológie do vyučovacieho procesu. Po absolvovaní kurzu študenti prejavili väčší záujem o matematiku ako pred absolvovaním kurzu.

Príspevok bol spracovaný ako súčasť projektu KEGA č. 003TTU-4/2015 „Elektronické kurzy pre vyučovanie matematiky na základných školách a v prvých 4 ročníkoch osemročných gymnázií“.

## Literatúra

Aldous, J. & Wilson, R. (2004). *Graphs and applications : an introductory approach*. New York : SpringerVerlag. 444 p.

- Bayerl, E. & Žilková, K. (2016). Interactive Textbooks in Mathematics Education – What Does It Mean for Students? In *15th Conference on Applied Mathematics Aplimat 2016*, pp. 56-65.
- Drlík, M., a kol. (2013). *Moodle (Kompletní průvodce tvorbou a správou elektronických kurzů)*. Praha : Computer Press. 344 s.
- Hanzel, P. (2005). *Grafy a ich elevácie*. Banská Bystrica : PF UMB. 97 s.
- Hanzel, P., Pokorný, M., Híc, P., Sebíňová, K. & Chvojková, M. (2015). *Blended learning ako efektívny nástroj vo vyučovaní matematických predmetov na TU a UMB*. Trnava : Pedagogická fakulta Trnavskej univerzity v Trnave. 89 s.
- Pokorný, M. (2013). Interactive Elements Can Increase the Efficiency of e-learning Course. *Information, Communication and Education Application, Advances in Education Research*. Vol. 30. pp. 173-178.
- Voštinár, P. (2017). GeoGebra a JavaScript. In *Primárne matematické vzdelávanie teória, výskum a prax*. Banská Bystrica : Vydavateľstvo UMB v BB – Belianum, s. 154-158.

**Kontaktní adresa:**

Patrik Voštinár, Mgr.

Katedra matematiky, Univerzita Mateja Bela, Tajovského 40, 974 01 Banská Bystrica, SK, tel.: 00421 944 175 522, e-mail: patrik.vostinar@umb.sk