

POROVNANIE VYBRANÝCH PROGRAMOVÝCH PROSTRIEDKOV PRI TVORBE GRAFICKÝCH VÝSTUPOV V MATEMATIKE

ORSZÁGHOVÁ Dana, SK

Resumé

V príspevku prezentujeme možnosti niektorých programových prostriedkov na prípravu vzdelávacích materiálov z matematiky a ich vzájomné porovnanie. Každý z týchto prostriedkov poskytuje používateľovi iné možnosti a ich použitie je podmienené vhodným technickým vybavením a znalosťou grafických nástrojov. Cieľom príspevku je poukázať na prípravu učebných pomôcok, ktoré metodicky vhodným spôsobom vizuálne vystihujú obsah a podstatu niektorých matematických kategórií. Ako tému, na ktorej budeme demonštrovať náš zámer, sme si vybrali zobrazovanie vlastností a grafov rôznych funkcií. Na ukážkach prezentujeme možnosti a rozdiely pri aplikácii vybraných programových prostriedkov.

Kľúčová slova: matematika, grafické nástroje, grafické výstupy, programové prostriedky.

THE COMPARISON OF SELECTED SOFTWARE PRODUCTS FOR THE CREATION OF GRAPHICAL OUTPUTS IN MATHEMATICS

Abstract

In the paper we deal with possibilities of the selected software products for the creation of study materials in mathematics and their mutual comparison. Each of these products gives user different possibilities and their using is conditioned by suitable technical equipment and by sufficient knowledge level of their graphical tools. The main aim of this contribution is to refer the creation of didactic materials that methodically show the subject and the meaning of some mathematical categories. As a demonstrative topic we chose properties and plotting graphs of some functions. Samples illustrate possibilities and differences in application of selected software products.

Key words: mathematics, graphical tools, graphical outputs, software products.

Úvod

Dôležitým predpokladom vo vzdelávaní je, aby sa študent učil hlbkovo, s pochopením zmyslu a logiky preberanej problematiky. Preto je úlohou učiteľov hľadať nové, pre študentov zaujímavé možnosti, ako použiť tradičné a elektronické vzdelávacie materiály s grafickými výstupmi.

Autori v publikácii (6) uvádzajú, že „pro aplikaci progresivních výukových metod (pedagogem) je nezbytnou podmínkou vlastní prožití v rámci činností prováděných v souvislosti s obsahem vzdělávání. Výhodiskem pro změny ve vyučovacím procesu je v současnosti proaktivní přístup ke vzdělávání. Výukové aktivity jsou dnes v řadě případů podporované informačními a komunikačními technologiemi“.

V mnohých príspevkoch a štúdiách boli opísané rôzne prístupy, akým spôsobom sprístupniť študentom prvého ročníka bakalárskeho štúdia predmet „matematika“ s náležitým pochopením jej dôležitosti. V práci (7) autori referujú o výskume, ktorý je založený na hodnotení študijnej literatúry a zdrojov priamo študentmi – budúcimi inžiniermi. Tí odpovedali na tri výskumné otázky:

- 1) Ako by ste demonštrovali význam matematiky v strojárstve?
- 2) Aké sú názory študentov prvého ročníka na vytvorenie študijnej literatúry (zdroje)?
- 3) Kto by mal vytvárať študijnú literatúru (zdroje) zdroje, aby sa preukázal význam matematiky?

Autori v práci (9) prezentujú výsledok výskumu, ktorý potvrdil, že existuje pozitívna korelácia medzi postojom študentov k novým technológiám vo vyučovaní matematiky a výkonom v teste

obsahujúcom úlohy zamerané na základné faktory tvorivosti. Základ moderného prístupu k elementárnej matematike prostredníctvom počítačovej grafiky je prezentovaný v práci (8). Odborne vyškolení učitelia v oblasti IT sú potrební pre efektívne vzdelávanie a výučbu s počítačmi a multimediálnymi nástrojmi (12).

Grafické znázornenie matematickej funkcie, alebo nejakej krivky všeobecne, je súčasťou mnohých úloh. Hlavným zámerom uplatňovania grafických softvérov vo vzdelávaní je modernizácia obsahu a metód vyučovania, zvyšovanie efektívnosti a kvality štúdia matematiky, ale aj ostatných predmetov, v ktorých sa preberané témy graficky ilustrujú a interpretujú výsledky (10).

Aj v špecializovaných predmetoch, ako napr. diferenciálna geometria, sa skúmajú vlastnosti a graf krivky. „Pri štúdiu diferenciálnej geometrie priestorových kriviek je často potreba načrtnúť krivku a vypočítať niektoré jej charakteristiky, ako jsou první křivost (flexe), druhá křivost (torze), vektory průvodního trojhranu (Frenetova repéru) a další. Počítačový program Mathematica všechny tyto charakteristiky vypočítá a zobrazí. Uživatel tak získá názornou představu o jejich významu“ (4).

Okrem programov s platenými licenciami ponúkajú tvorcovia softvérov aj demo verzie programov, resp. trialové verzie, ktoré umožňujú bezplatné používanie niektorých grafických a výpočtových aplikácií. Motivačne zaujímavé výsledky získame riešením úloh pomocou grafických kalkulátorov (1), prípadne pomocou aplikácií programu GeoGebra (3). Význam matematického vzdelávania je potrebné hodnotiť z rôznych aspektov. Jedným z nich je aj uplatnenie matematických metód v odborných oblastiach (5). Preto dôležitou úlohou matematického vzdelávania je ukázať študentom aplikáciu teoretických poznatkov v odborných predmetoch a ich praktické použitie, ktoré je spojené aj s grafickou prezentáciou výsledkov pri riešení odborných problémov (2).

Riešenie aplikačných úloh dokazuje potrebu matematiky a jej aplikácií, čím môžeme zvýšiť záujem a motiváciu študentov. Pri používaní moderných prostriedkov a programov je potrebné, aby ich učiteľ poznal a vedel vhodným spôsobom uplatniť v danej téme výučby.

1 Materiál a metodika

Východiskovým materiálom pre spracovanie príspevku boli skúsenosti z pedagogickej činnosti, z výučby matematických predmetov na Fakulte ekonomiky a manažmentu Slovenskej poľnohospodárskej univerzity v Nitre. Ďalší materiál sme získali z riešenia výskumných úloh na Katedre matematiky, ktoré boli zamerané na implementáciu nástrojov IT do vzdelávania. Hlavným cieľom príspevku je prezentovať možnosti tvorby grafických výstupov pomocou vybraných softvérov: Geogebra, GraphSight v.2.0.1 a WolframAlpha. Zamerali sme sa na zobrazenie grafov rôznych matematických funkcií a kriviek. Metodický postup vychádza z analýzy problematických častí pri výučbe vlastností funkcií a ich grafického znázorňovania. Spracovanie tejto tematiky kombinovanou metódou tak, že nový matematický pojem je uvedený aj vizuálne, uľahčuje jeho správne pochopenie a schopnosť narábať s ním pri riešení praktických príkladov.

2 Grafický výstup v programe GeoGebra

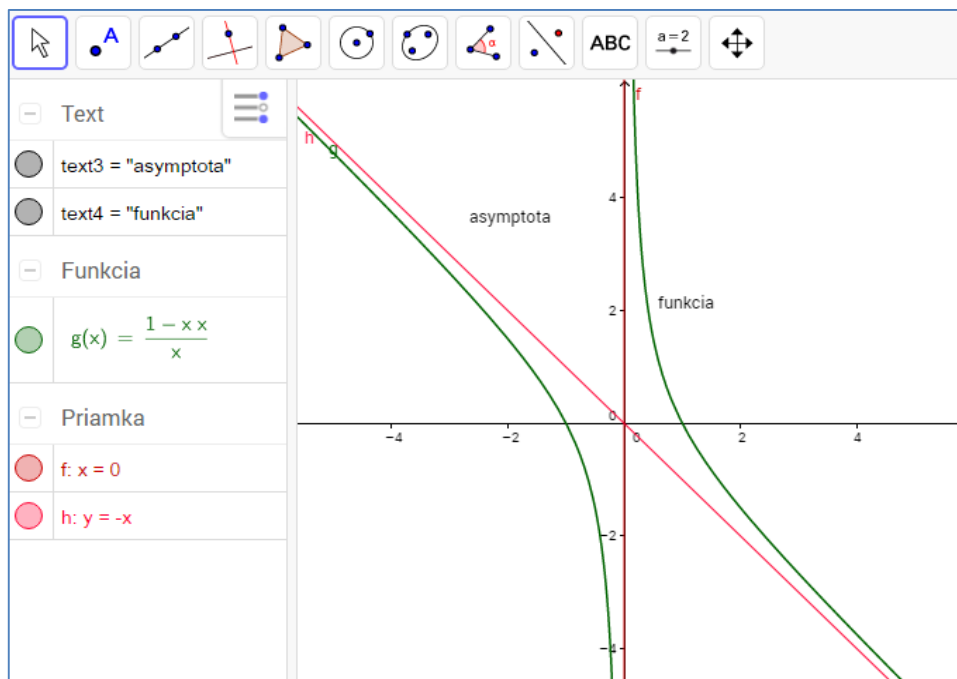
Matematika tvorí všeobecný a teoretický základ pre štúdium odborných predmetov. K základným pojmom v matematike patrí pojem funkcie. Pomocou funkcií vyjadrujeme vzťahy medzi javmi a procesmi reálneho sveta. Študenti majú mnohokrát problémy pri zobrazení grafu funkcie a zisťovaní vlastností danej funkcie.

Zobrazovanie grafov funkcií je vyučovacou náplňou povinných predmetov v prvom ročníku na univerzite a postupne sa študenti učia nasledujúce témy a úlohy:

- prehľad elementárnych funkcií – vlastnosti a grafy,
- asymptoty grafu funkcie (so smernicou, bez smernice),
- zisťovanie priebehu funkcie – monotónnosť, konvexnosť, konkávnosť,
- geometrický význam určitého integrálu,

- výpočet obsahu rovinného útvaru pomocou určitého integrálu,
- funkcia dvoch premenných a jej vlastnosti.

Základné vlastnosti funkcií, zobrazenie grafu a asymptot je náplňou seminárnej práce každého študenta. Okrem grafu funkcie študenti zisťujú vlastnosti funkcie pomocou teórie z diferenciálneho počtu. Na obr. č. 1 je zobrazený graf funkcie $f : y = \frac{1-x^2}{x}$ a jej asymptoty v programe GeoGebra.



Obr. 1 – Graf funkcie a jej asymptoty (zdroj: autor, vytvorené v programe Geogebra)

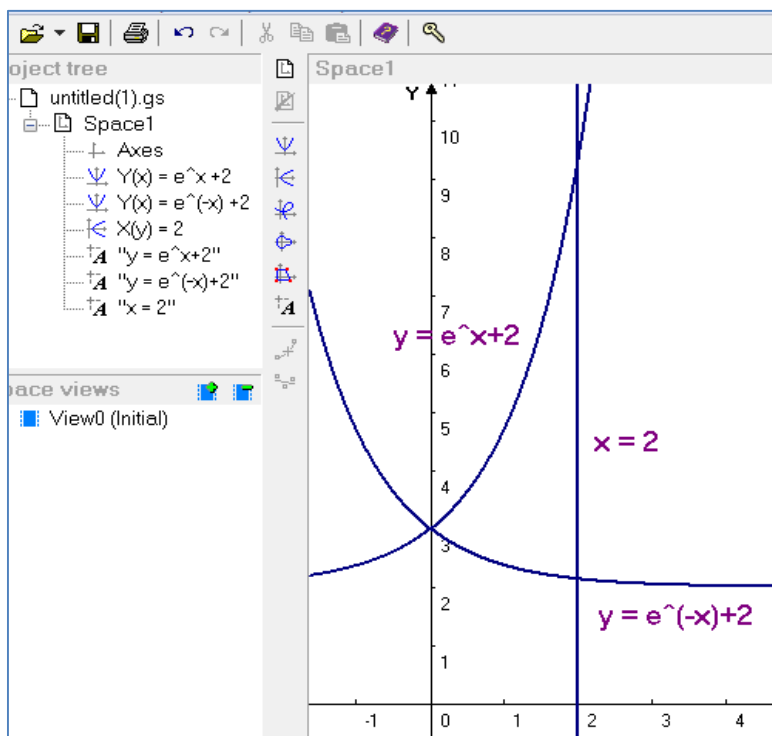
3 Grafický výstup v programe GraphSight

Niekedy je vhodné funkciu zobraziť priamo na prednáške alebo cvičení, niekedy je výhodné použiť pripravenú ukážku grafu a eliminovať časovú náročnosť zostrojenia grafu funkcie. Vytvorené grafické výstupy je možné použiť nielen vo vyučovacom procese, ale aj pri tvorbe vzdelávacích materiálov, webových stránok a študijných modulov na internet pre študentov rôznych foriem štúdia. Pri tom všetkom musí pedagóg zvážiť aj možnosti a podmienky, ktoré sa týkajú hardvérového a softvérového vybavenia.

Postup zobrazenia grafu funkcie, resp. krivky v programe GraphSight v.2.0.1 sa realizuje prostredníctvom hlavného menu, v ktorom vyberieme záložku *Graphics* a v nej sa objaví ponuka pre tieto druhy grafov:

- graf funkcie v karteziánskych súradniciach s predpisom $y = f(x)$,
- graf krivky v karteziánskych súradniciach s predpisom $x = f(y)$,
- graf funkcie danej parametricky,
- graf funkcie v polárnych súradniciach,
- tabuľkový graf.

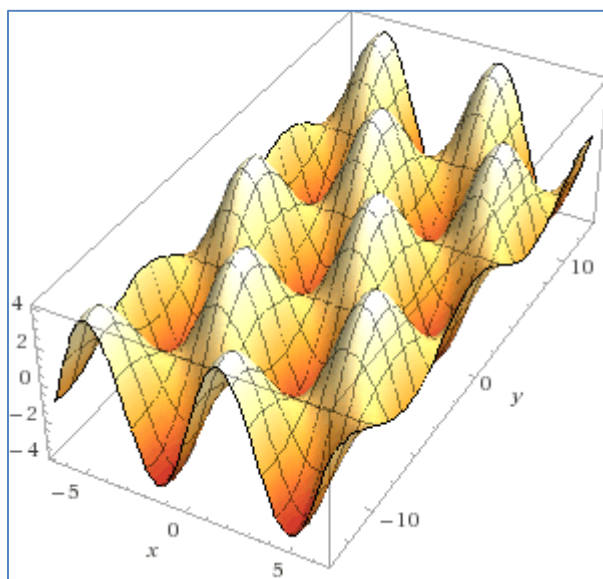
Na obrázku č. 2 je grafický výstup k úlohe: vypočítajte obsah rovinného útvaru, ktorý je ohraničený exponenciálnymi funkciami $f_1 : y = e^x$, $f_2 : y = e^{-x}$ a priamkou $p : x = 2$. Okrem výpočtu obsahu útvaru pomocou určitého integrálu majú študenti v zadaní aj úlohu zobraziť rovinný útvar, ktorý je funkciami, resp. krivkami ohraničený.



Obr. 2 – Zobrazenie rovinného útvaru ohraničeného tromi krivkami (zdroj: autor, vytvorené v programe GraphSight)

4 Grafický výstup v programe WolframAlpha

V tejto časti uvedieme graf funkcie s dvoma premennými, ktorý je zostrojený v prostredí voľne prístupných nástrojov programu WolframAlpha (11). Uvedený program v časti „Examples > Mathematics” ponúka rôzne nástroje, ako sú napríklad: elementárna matematika, čísla, zobrazovanie a grafika, aplikovaná matematika. Pomocou nástroja „3D Plots“ je na obrázku č. 3 zobrazený graf funkcie $f(x, y) = 4 \sin x \cdot \cos\left(\frac{y}{2}\right)$.



Obr. 3 – Graf funkcie dvoch premenných (zdroj: autor, vytvorené v programe WolframAlpha)

5 Diskusia k výsledkom

Používanie informačných technológií, výpočtové nástroje, aplikácie na zobrazovanie funkcií ovplyvnili aj matematické vzdelávanie.

- Používaním IT sa ponúkajú praktické možnosti na:
 - zobrazovanie grafov funkcií v rovine a v priestore,
 - zobrazovanie 3D objektov,
 - racionalizáciu zložitých a časovo náročných výpočtov,
 - grafickú interpretáciu matematických úloh,
 - rozvoj priestorovej predstavivosti študentov,
 - získavanie a rozvíjanie zručností pre prácu s programovými aplikáciami.
- Tvorba grafov funkcií je spojená s požiadavkou ovládať:
 - analytické vyjadrenie funkcie, resp. krivky,
 - aplikácie na formátovanie textu, úpravu obrázkov a grafov,
 - použitie makroinštrukcií a preddefinovaných funkcií,
 - interaktívne prvky a nástroje,
 - nástroje na zmeny počas predvádzania na vyučovaní,
 - možnosti na prenos výstupov do iných aplikácií a vytváranie prezentácií.

Záver

V príspevku sme sa zamerali na tvorbu študijných a učebných materiálov z matematiky s grafickými výstupmi vytvorenými pomocou rôznych programových prostriedkov. Jedná sa konkrétne o programy Geogebra, GraphSight v.2.0.1 a WolframAlpha. Vzdelávanie s uplatnením informačných technológií je perspektívnou metódou získavania vedomostí najmä pre svoju atraktívnosť, efektívnosť a vysokú dostupnosť pomocou internetu. Grafické a výpočtové softvéry sú vhodným prostriedkom na podporu kontaktnej výučby matematiky a individuálneho štúdia. Vyžadujú však dobré technické vybavenie a niekedy aj finančne nákladnejší softvér.

Možnosti použitia programových prostriedkov môžeme hodnotiť z viacerých hľadísk.

- *Odborné hľadisko*
 - výber matematickej, resp. grafickej témy na spracovanie,
 - aplikačné úlohy a príklady,
 - forma prezentácie,
 - metodika spracovania.
- *Používateľské hľadisko*
 - softvérové vybavenie,
 - hardverové vybavenie,
 - úroveň ovládania programových prostriedkov,
 - úroveň vybavenia prednáškových miestností a cvičební technikou.
- *Pedagogické hľadisko*
 - výchovno - vzdelávací cieľ,
 - skúsenosti s tvorbou a aplikáciou multimediálnych pomôcok,
 - možnosť kontroly efektívnosti aplikácie týchto prostriedkov vo vzdelávaní,
 - spätná väzba zodpovedajúca vynaloženému úsiliu.

Literatúra

1. BARANÍKOVÁ, H. Use some programs involved in making the dynamic interactive mathematical problems in space (Použitie niektorých programov podieľajúcich sa na tvorbe interaktívnych dynamických matematických úloh v priestore). In Zborník príspevkov z konferencie *Trendy ve vzdělávání 2014*. Věrovany. 2014. zv. ROM, s. 294-297, s. 294--297. ISBN 978-80-86768-89-2.
2. BOŽIKOVÁ, M. – HLAVÁČ, P. Application of selected transient methods on flours and flakes thermophysical measurements. In BOŽIKOVÁ, M. – HLAVÁČOVÁ, Z. – HLAVÁČ, P. *Applications of physical research in engineering: Selected methods of physical research and its application in the agriculture, food industry and engineering: part II*. 1. vyd. Nitra: Slovak University of Agriculture, 2012, s. 51-73. ISBN 978-80-552-0930-2.
3. DRÁBEKOVÁ, J. GeoGebra as means of visualization solutions application tasks (Geogebra ako prostriedok vizualizácie riešení aplikačných úloh). In *Acta Mathematica 16*. Nitra: Univerzita Konštantína Filozofa, 2013, s. 161-166. ISBN 978-80-558-0365-4 (brož.).
4. FAJKUS, M. Flexe, torze a frenetův repér v programovém prostředí Mathematica. *Trendy ve vzdělávání*, 2013, roč. 6, číslo 1, s. 60 – 63. ISSN 1805-8949. Dostupné z: <http://tvv-journal.upol.cz/pdfs/tvv/2013/01/13.pdf>.
5. FERENCZI VAŇOVÁ, A. – HORNYÁK GREGÁŇOVÁ, R. – VÁRYOVÁ, I. – KOŠOVSKÁ, I. Analysis of motivation factors of students in selected subject at the FEM SUA in Nitra. In *ICABR 2014*. Brno. 2015. pp. 181–190. ISBN 978-80-7509-223-6. Dostupné na internete: <http://www.icabr.com/fullpapers/icabr2014.pdf>.
6. HAVELKA, M. – SERAFÍN, Č. – KROPÁČ, J. Příprava učitelů technicky orientovaných předmětů v oblasti experimentální práce. *Trendy ve vzdělávání*, 2012, roč. 5, č. 1, s. 5 – 12. ISSN 1805-8949. Dostupné z: <http://tvv-journal.upol.cz/pdfs/tvv/2012/01/01.pdf>.
7. LOCH, B. – LAMBORN, J. How to make mathematics relevant to first-year engineering students: perceptions of students on student-produced resources. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 47(1), pages 29-44. DOI: 10.1080/0020739X.2015.1044043.
8. MARKECHOVÁ, I. From interpretation to improvisation: A computer geometry approach. In 2013 International Conference on Interactive Collaborative Learning (ICL). *Applied Mechanics and Materials*, Volume 693, 2014, Pages 129-134.
9. MIŠUTOVÁ, M. – MIŠÚT, M. Impact of ICT on the Quality of Mathematical Education. In *The 6th International Multi-Conference on Society, Cybernetics and Informatics 2012 (IMSCI 2012)*: Proceedings. July 17th-20th, 2012 - Orlando, Florida, USA. Florida: International Institute of Informatics and Systemics, 2012. ISBN 978-1-936338-66-5. S. 76-80.
10. ORSZÁGHOVÁ, D. Softvér GraphSight a vizualizácia matematických kriviek. In DRÁBEKOVÁ, J. – IVANKOVÁ, T. *Nové trendy v matematickom vzdelávaní 2010: zborník vedeckých prác*. Nitra: Slovenská poľnohospodárska univerzita v Nitre, 2010, s. 93-98. ISBN 978-80-552-0413-0.
11. *WolframAlpha LLC* (webové aplikácie programu). Dostupné na internete: <http://www.wolframalpha.com/examples/Math.html>.
12. ŽERAVÍKOVÁ, I. – TIRPÁKOVÁ, A. – MARKECHOVÁ, D. The analysis of professional competencies of a lecturer in adult education. *SpringerPlus*, 4(1), 234. doi: 10.1186/s40064-015-1014-7.

Kontaktní adresa:

Dana Országhová, doc., RNDr., CSc.,
Katedra matematiky, Fakulta ekonomiky a manažmentu, SPU v Nitre, Tr. A. Hlinku 2,
949 76 Nitra, SR, tel: +421 037 641 4181, e-mail: dana.orszaghova@uniag.sk