KONKRÉTNÍ NÁMĚT PRO PŘÍPRAVU BUDOUCÍCH UČITELŮ MATEMATIKY

DOFKOVÁ Radka, CZ

Resumé

Příspěvek se soustředí na rozbor jednoho matematického problému z mezinárodní studie *Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M)*. Tento problém byl vybrán díky svému didakticko-matematickému potenciálu, neboť ukazuje další možné přístupy k přípravě budoucích učitelů a v rámci didaktického semináře může být podnětem k mnoha diskusím.

Klíčová slova: TEDS-M, vzdělávání, matematika

THE SPECIFIC TOPIC FOR PREPARING PROSPECTIVE MATHEMATICS TEACHERS

Abstract

The paper is focus on analysis of one mathematical problem from the international study *Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M)*. This problem was chosen because of its didactics-mathematical potencial. It could be another way of approaching in prospective mathematics teacher preparation in lessons of didactics of mathematics.

Key words: TEDS-M, education, mathematics

Úvod

Studenti učitelství (zejména primárního stupně) často přichází do didaktického semináře z matematiky s obavami, neboť jejich vlastní zkušenost s vyučováním matematice v rolích žáků není moc pozitivní. Často se stává, že až v průběhu své přípravy na roli učitele matematiky pochopí základní matematické souvislosti a vztahy. Většinou je to doprovázeno velkým pocitem radosti a také úlevy, když zjistí, že základy, na kterých mají stavět svou budoucí kariéru, začínají mít pevnější strukturu.

Z toho důvodu je potřebné do seminářů zařazovat takové matematické problémy a aktivity, jež by dokázaly najít případné slabiny studentů v jejich základoškolských matematických znalostech a současně jim nabídnout případné postupy, jak tato místa v budoucnu eliminovat u svých budoucích žáků. Konkrétní inspirací může být úloha z mezinárodní studie *Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M)*, která je detailněji popsána v následující kapitole.

1 Teoretická východiska – studie TEDS-M

Existuje řada různých domácích i mezinárodních šetřeních v matematice poskytujících informace o žácích ze specifické perspektivy. Až do nedávné doby však chybělo takové šetření, které by bylo apriori zaměřeno na druhou stranu edukačního procesu – učitele matematiky. Srovnávací studie TEDS-M byla dalším projektem realizovaným mezinárodní organizací Mezinárodní asociace pro vyhodnocování výsledků vzdělávání (*International Association for the Evaluation of Educational Achievement, IEA*), jejíž počátky lze datovat do šedesátých let. Tato instituce realizuje rozsáhlé srovnávací studie vzdělávacích procesů s cílem prozkoumat kromě studentských znalostí například také počítačovou gramotnost i jejich (případně učitelské) postoje a názory na některá témata globálního i lokálního charakteru. Od svého založení již IEA realizovala více než 30 mezinárodních studií, zaměřujících se převážně na matematiku, přírodní vědy, četbu, občanskou výchovu či počítačové vzdělávání studentů (Sklenářik, 2003).

TEDS-M zkoumá připravenost budoucích učitelů matematiky různých zemí pro vykonávání jejich budoucího povolání na základních a středních školách. Cílovými skupinami jsou vzdělávací instituce, učitelé z praxe a studenti učitelství matematiky (budoucí učitelé). Klíčové výzkumné otázky jsou tak zaměřené na zkoumání vztahů vzdělávacích systémů jednotlivých zemí, na institucionální postupy a na dosažené matematické a pedagogické znalosti získané studenty v průběhu jejich studia. Hlavní (a zatím jediný) sběr dat byl proveden v letech 2007 - 2008, proto se často hovoří o TEDS-M 2008.

Zkoumání se zúčastnilo celkem 17 vzdělávacích systémů z celého světa: Botswana, Kanada, Chile, Tchaj-wan, Gruzie, Německo, Malajsie, Norsko, Omán, Filipíny, Polsko, Ruská federace, Singapur, Španělsko, Švýcarsko (německy mluvící kantony), Thajsko a Spojené státy americké.

Struktura tohoto výzkumu se skládá ze tří vzájemně se překrývajících bloků:

- Komponenta I: Výzkum vzdělávací politiky přípravy budoucích učitelů matematiky a školního vzdělávání v sociálním kontextu na národní úrovni.
- Komponenta II: Výzkum vzdělávacích procesů, institucí, programů a standardů na úrovni primárního a nižšího středního matematického vzdělávání.
- Komponenta III: Výzkum úrovně dosaženého matematického a tomu odpovídajícího matematickodidaktického vzdělání v přípravě budoucích učitelů matematiky na úrovni primárního a nižšího středního vzdělávání. (Tatto M., T., 2008)

V rámci třetí komponenty byly studentům oborů učitelství matematiky v posledních ročnících předloženy úlohy, které jsou koncipovány na podobném charakteru jako úlohy v mezinárodních srovnávacích studiích PISA a TIMSS. Studenti je měli nejen vyřešit, ale i s nimi dále pracovat (např. odhadnout možná chybná řešení žáků a určit jejich příčinu, přeformulovat zadání pro jinou cílovou skupinu žáků apod.). Tabulka 1 uvádí názvy jednotlivých částí testu s příslušnou časovou dotací.

Tabulka 1: Celková podoba testu pro budoucí učitele matematiky s příslušnými časovými údaji (Tatto M. T., 2012)

Část	Čas (minuty)
A: Obecné informace	5
B: Příležitost k učení	15
C: Vyučování matematiky	60
D: Přesvědčení o smyslu matematiky a vyučování	10

Položky zaměřené na výuku matematiky tvořily část C ve dvou hlavních znalostních dimenzích: zhruba dvě třetiny položek dotazníku tvořily položky matematické (*mathematics content knowledge, MCK*) a zbývající třetina byla zařazena do oblasti matematicko-pedagogické (*mathematics pedagogical content knowledge, MPCK*). Každá MCK položka byla zařazena do jedné ze čtyř subdomén podle matematického obsahu: algebra, geometrie, číselné operace a práce s daty, zhruba 30 % položek v části C bylo zaměřeno na oblast číselných operací, geometrie a algebry a 10 % na práci s daty (tab. 2)

Tabulka 2: Ukázka vybraných položek MCK podle obsahových subdomén (Tatto M. T., 2012)

Subdoména	Ukázková témata
Čísla a početní operace	Celá čísla Zlomky a desetinná čísla Poměr a procenta
Geometrie	Geometrické tvary Měření

Algebra a funkce	Vzory Algebraické výrazy Lineární rovnice
Práce s daty	Sběr dat Interpretace dat Pravděpodobnost

Položky MCK byly také dále rozděleny do tří subdomén podle kognitivní (operační) náročnosti na myšlenkové operace řešitele (tab. 3). První skupinu tvořily úlohy vyžadující zejména pamětní reprodukci matematických poznatků a na provádění jednoduchých myšlenkových operací (*knowing*), druhou úlohy na aplikaci naučených poznatků (*applying*) a třetí byly zaměřeny na zařazení poznatků do kontextu - zdůvodňování (*reasoning*).

Tabulka 3: Ukázka vybraných položek MCK podle kognitivních subdomén (Tatto M. T., 2012)

Subdoména	Ukázková témata
Znalosti	Jednoduché výpočty Třídění a rozlišování Měření
Aplikace	Výběr Vytváření modelů Řešení jednoduchých problémů
Zdůvodňování	Analýza Zobecnění Konkretizace Syntéza Interpretace a zdůvodnění

V položkách MPCK byly blíže specifikovány tři subdomény: matematické kurikulum, plánování vyučování matematiky a řízení vlastní vyučovací jednotky (tab. 4)

Tabulka 4: Ukázka vybraných položek MPCK (Tatto M. T., 2012)

Subdoména	Ukázková témata
Matematické kurikulum	Znalosti školního vzdělávacího kurikula Stanovování přiměřených výukových cílů Identifikování klíčových bodů ve vzdělávacím programu
Plánování vyučování matematiky	Výběr vhodných aktivit Předvídaní typických žakovských odpovědí včetně těch chybných Plánování vhodných metod pro zpřístupnění matematických znalostí
Řízení vlastní vyučovací jednotky	Vysvětlování matematických postupů Pokládání podnětných otázek Diagnostikování žakovských odpovědí včetně těch chybných Analýza řešení matematických úloh Poskytování přiměřené zpětné vazby

Ve výzkumu se objevovaly tři různé formáty položek: uzavřené položky s výběrem odpovědi (*multiple-choice*), komplexní uzavřené položky s výběrem odpovědi (*complex multiple-choice*) a otevřené položky s vlastní tvorbou odpovědi (*constructed response*).

2 Charakteristika problému

Následující problém byl ve studii TEDS-M zařazen do poznávací dimenze MPCK, obsahové domény Číslo a početní operace a subdomény Řízení vyučovací hodiny.

Problém: *Jeremy při práci s kalkulačkou zjistil, že když do ní zadá $0,2 \times 6$, tak dostane výsledek menší než 6, ale pokud do ní zadá $6 : 0,2$, dostává číslo větší než 6. Je z toho zmatený a požádá paní učitelku o nový kalkulátor.*

- Proč si zřejmě Jeremy myslí, že má špatnou kalkulačku?*
- Znáznorní grafický model výrazu $0,2 \times 6$, který by mohl Jeremymu pomoci pochopit daný problém (TEDS-M, 2008).*

Rozbor otázky shrnují následující dvě tabulky 5a a 5b.

Tabulka 5a: Rozbor problému (TEDS-M, 2008)

Správná odpověď
Na toto místo lze zařadit všechny odpovědi, které naznačují základní prekoncept toho, že násobení přirozeného čísla desetinným číslem dává větší výsledek než podíl a podíl dává menší výsledek než součin, pokud se čísla 6 a 0,2 zůstávají stejná. Například: <ul style="list-style-type: none"> <i>Jeremy si myslí, že když násobí, měl by být výsledek větší a když dělí, měl by být výsledek menší.</i>
Částečně správná odpověď
Všechny odpovědi, které říkají, že násobení vždy dává větší výsledek než podíl nebo podíl vždy dává menší výsledek než součin, ale ne obě možnosti . Například: <ul style="list-style-type: none"> <i>Jeremy si myslí, že když násobí, měl by být výsledek větší než jedno/obě čísla (činitelé).</i> <i>Jeremy si myslí, že když dělí, měl by dostat výsledek menší než čísla, se kterými začínal dělit.</i>
Odpovědi, které naznačují, že Jeremy považoval číslo 0,2 za celé číslo. Například: <ul style="list-style-type: none"> <i>Jeremy si myslí, že násobí a dělí číslem 2.</i>
Špatná odpověď
Takové odpovědi, které nevystihují podstatu problému (jsou příliš obecné, nebo úplně chybné). Například: <ul style="list-style-type: none"> <i>Jeremy nerozumí desetinným číslům.</i> <i>Jeremy neumí používat kalkulačku</i> <i>Jeremy nerozumí početním operacím.</i> <i>Jeremy má problém s desetinnou čárkou.</i>

Tabulka 5b: Rozbor problému (TEDS-M, 2008)

Správná odpověď

Vhodné grafické znázornění, které ukazuje, že $0,2 \times 6$ je 1,2.

Například tři různé situace na obrázku 1:

Obr. 1 – Ukázky správného řešení (TEDS-M, 2008)

Částečně správná odpověď

Takové grafické znázornění, které ukazuje šest stejných sčítanců 0,2, ale není tam zřejmé, proč je výsledkem 1,2.

Například (obr. 2a):

Obr. 2a – Ukázka částečně správného řešení (TEDS-M, 2008)

Takové grafické znázornění, které ukazuje, že pokud se pětkrát opakovaně sečte 0,2, je výsledkem 1, ale již chybí vysvětlení, proč když se to provede šestkrát, je výsledek 1,2.

Například (obr. 2b):

Obr. 2b – Ukázka částečně správného řešení (TEDS-M, 2008)

Takové grafické znázornění, které ukazuje rovnost $0,2 \times 6 = 1,2$ bez grafického modelu toho, že je to pravda.

Například (obr. 2c):

$$\textcircled{0,2} + \textcircled{0,2} + \textcircled{0,2} + \textcircled{0,2} + \textcircled{0,2} + \textcircled{0,2} = \textcircled{1,2}$$

Obr. 2c – Ukázka částečně správného řešení (TEDS-M, 2008)

Špatná odpověď

Grafické znázornění problému bez zřetelného znázornění vhodného měřítka, kolik je 0,2 nebo že 5 sčítanců 0,2 dává 1.

Například (obr. 3):

0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
-----	-----	-----	-----	-----	-----

Obr. 3 – Ukázka špatného řešení (TEDS-M, 2008)

Slovní vyjádření, proč tomu tak je (bez grafického znázornění).

Například:

- *Odpočítání násobků 0,2: 0,2, 0,4, 0,6, 0,8, 1, 1,2.*

3 Didaktický potenciál daného problému

Velký didaktický potenciál daného problému je zřejmý. Problém lze zařadit do seminářů didaktiky matematiky pro učitele primární školy jako rozšiřující učivo, protože operace s desetinnými čísly nejsou dle Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání (RVP ZV) náplní učiva matematiky 1. stupně základní školy. V rámci jeho zařazení do didaktického semináře matematiky může však být velice přínosné podrobit ho pečlivé kritické analýze.

První důležitý aspekt daného problému je práce s chybou. V procesu učení, při osvojování matematických pojmů a řešení matematických úloh je chyba přirozeným jevem, přestože je v naší škole často vnímána jako jev nežádoucí, něco, čeho je nutno se vystříhat, jako něco, čeho se bojí nejen žáci, ale i učitelé. Za určitých podmínek chyba nemusí narušit žákovu učení, ba v některých případech je zdrojem trvalejšího a pevnějšího učení. Umět pracovat s chybou žáka, dokonce umět ji využít k jeho osobnostnímu rozvoji, patří mezi významné kompetence učitele matematiky (Hejný, 2004).

Ve školské praxi obecně a ve vyučování matematice v primární škole však stále přetrvává představa chyby jako silné bariéry mezi žákem a předmětem jeho poznávání, ale také mezi žákem a učitelem. Chyba je ve škole stále jevem nepatřičným, kterého je třeba se vyvarovat. Časté opravování chyb, důraz na naprostou správnost řešení je dokonce v některých teoriích vzdělávání kritizováno. Upozorňuje se, že strach z chyby paralyzuje činnost žáka, blokuje aktualizaci jeho schopností. Poukazuje se na nepříjemné pocity žáků spojené s chybou a jejími následky: snížené sebehodnocení, strach ze zesměšnění se v očích učitele a spolužáků, úzkost z dalších možných neúspěchů a ze zhoršené klasifikace, snížení aspirační úrovně (Novák, 1999).

Dalším důležitým bodem je problematika grafického znázorňování. Učitel matematiky by měl své žáky podněcovat ke grafickému znázorňování matematických situací všude tam, kde je to přínosné. Toto řešení totiž vzniká obvykle přesným promyšlením úlohy se všemi detaily a vhodným zvolením způsobu znázornění. Nejčastěji používaným grafickým řešením je obrázek, tabulka, schéma, graf apod. Objevit grafický způsob řešení nebývá pro žáky snadné, i když následné řešení je často oproti jiným způsobům jednodušší a přehlednější. Je možné rozvinout daný problém a nechat studenty vytvořit grafické znázornění další situace z řešeného problému, a to výrazu $6 : 0,2$.

Závěrem je možné vést se studenty diskusi na užití kalkulačky v hodinách matematiky na základní škole jako neustále aktuálního tématu. Je zřejmé, že by mělo být účelné, tedy takové, aby u žáků nedocházelo ke snižování úrovně pamětného a písemného počítání, neboť při běžném používání slouží kalkulačka jako nástroj pro urychlení a usnadnění výpočtů. Použití kalkulačky by se tedy mělo podřídit základnímu cíli matematického vzdělávání, kterým je schopnost jedince poznat a pochopit roli, kterou hraje matematika ve světě, dělat dobře podložené úsudky a proniknout do matematiky

tak, aby splňovala jeho životní potřeby jako tvořivého, zainteresovaného a přemýšlivého občana (Gramotnost ve vzdělávání, 2010).

Závěr

Představený problém z výzkumu TEDS-M může mít své využití při přípravě učitelů matematiky jako motivace studentům k hlubšímu přemýšlení o jejich budoucí výuce matematiky. Jde o to, nabízet studentům takové didaktické situace, které je fiktivně staví do aktivní interakce učitele s žákem a vedou je co k možná nejúplnějšímu prozkoumání příčin žákova řešení (jednání). Cílem totiž je, aby studenti postupně objevovali, že řešení úloh a problémů v seminářích není samoúčelné, ale má přispívat k rozvoji posilování jejich profesních kompetencí a upevňovat jejich sebevědomí a vztah k budoucí profesi.

Literatura

1. *Gramotnosti ve vzdělávání: příručka pro učitele*. Praha, 2010. ISBN 978-80-87000-41-0.
2. HEJNÝ, M., NOVOTNÁ, J., STEHLÍKOVÁ, N. *25 kapitol z didaktiky matematiky*. Praha: PdF UK, 2004. ISBN 80-7290-189-3
3. NOVÁK, B. *Matematika III: Několik kapitol z didaktiky matematiky*. Olomouc: Univerzita Palackého, Pedagogická fakulta, 1999. ISBN 80-7067-979-4.
4. Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání 2013. Praha: VÚP. Dostupné z <<http://www.msmt.cz/vzdelavani/zakladni-vzdelavani/upraveny-ramcovy-vzdelavaci-program-pro-zakladni-vzdelavani>>
5. SKLENAŘÍK, P. International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA) jako zdroj sociálně vědních dat. In *Data a výzkum – SDA*. Info 7 (2). 2003. s. 200 - 204.
6. TATTO, M. T., et al. Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M): Policy, practice, and readiness to teach primary and secondary mathematics: Conceptual Framework. East Lansing, MI: Teacher Education and Development International Study Center, College of Education, Michigan State University. 2008. 86 s. ISBN 978-90-9023788-7.
7. TATTO, M. T., et al. Policy, Practice, and Readiness to Teach Primary and Secondary Mathematics in 17 Countries: Findings from the IEA Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M). 2012. 295 s. ISBN 978-90-79549-12-2.
8. TEDS-M 2008 User Guide for the International Database. Supplement 4. Edited by Brese, F. with Tatto, M. T. 2012. ISBN 978-90-79549-11-5.

Kontaktní adresa:

Radka Dofková, PhDr. Ph.D.,
Katedra matematiky, Pedagogická fakulta UP v Olomouci, Žižkovo nám. 5, 771 40 Olomouc, ČR
tel.: 00420 585 635 707, e-mail: radka.dofkova@upol.cz